

# Les aires

L'aire, c'est la place qu'une figure occupe à l'intérieur de son contour. On la mesure en carrés-unité : comparer sans mesurer, compter des carreaux, multiplier pour un rectangle ou un carré, découper les figures tordues.



## La vidéo de cette notion

Scanne le QR code avec ton téléphone pour voir le cours en vidéo.

### PRÉREQUIS

**Multiplication, rectangle, carré, quadrillage**

### FORMULES CLÉS

**Rectangle :  $L \times l$  ; carré :  $c \times c$**

### UNITÉS

**$\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$ ,  $\text{m}^2$  — on change d'étage par  $\times 100$**

## À quoi ça sert ?

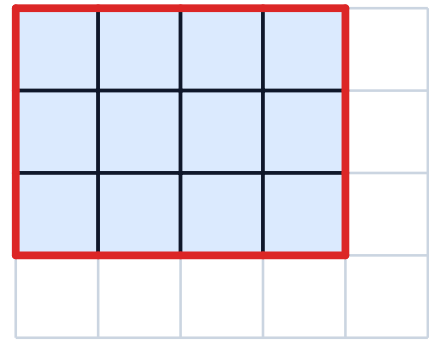
On calcule des aires tous les jours : le nombre de pots de peinture pour un mur, le carrelage d'une salle de bain, la pelouse à semer dans un jardin, la surface d'un appartement sur une annonce. À chaque fois, la question est la même : quelle surface faut-il couvrir ?

## Un peu d'histoire

Il y a plus de 4000 ans, en Égypte, le Nil débordait chaque année et effaçait les limites des champs. Des arpenteurs, surnommés les tendeurs de corde, remesuraient alors la surface de chaque parcelle pour répartir les terres et calculer l'impôt. Mesurer des aires est l'un des plus vieux métiers des mathématiques.

## Définition : les aires

L'aire d'une figure est la mesure de la surface qu'elle occupe, c'est-à-dire tout l'intérieur de la figure. On la mesure avec un carré-unité :  $1 \text{ cm}^2$  est l'aire d'un carré de 1 cm de côté,  $1 \text{ dm}^2$  celle d'un carré de 1 dm de côté,  $1 \text{ m}^2$  celle d'un carré de 1 m de côté.

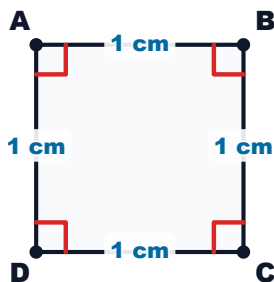


En rouge, le tour de la figure : c'est le périmètre. En bleu, tout l'intérieur : c'est l'aire.

## Propriétés : les aires

### L'unité est un carré

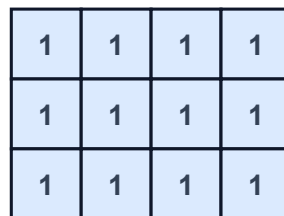
1 cm<sup>2</sup> est l'aire d'un carré de 1 cm de côté. De même pour 1 mm<sup>2</sup>, 1 dm<sup>2</sup>, 1 m<sup>2</sup> et 1 km<sup>2</sup> : chaque unité d'aire est le carré construit sur l'unité de longueur qui porte son nom.



ce carré-là, c'est 1 cm<sup>2</sup>

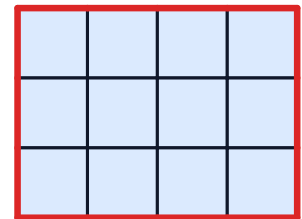
### Compter les unités

Sur un quadrillage, l'aire d'une figure est le nombre de carreaux unités qu'elle recouvre. 12 carreaux recouverts, c'est une aire de 12 unités d'aire.

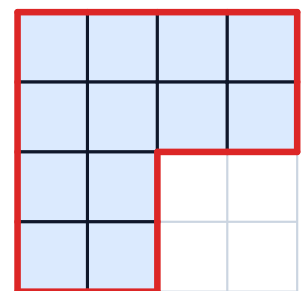


### Comparer sans mesurer

Deux figures se comparent par superposition, ou par découpage et recollement : si les morceaux de l'une remplissent exactement l'autre, elles ont la même aire.



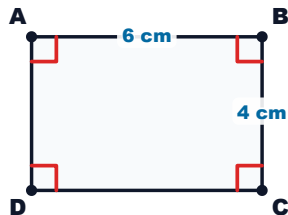
12 carreaux



les mêmes 12, recollés : même aire

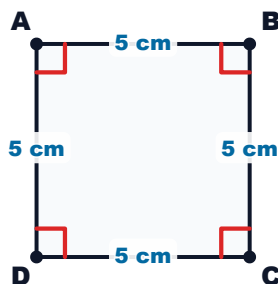
## L'aire du rectangle

Aire du rectangle = longueur  $\times$  largeur. Un rectangle de 6 cm sur 4 cm a une aire de  $6 \times 4 = 24 \text{ cm}^2$ .



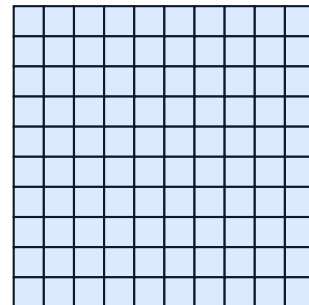
## L'aire du carré

Dans un carré, tous les côtés sont égaux. Aire du carré = côté  $\times$  côté. Un carré de côté 5 cm a une aire de  $5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$ .



## Convertir : $\times 100$ par étage

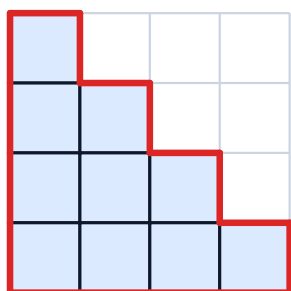
En 6e, deux conversions seulement :  $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$  et  $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$ , car un côté 10 fois plus grand donne  $10 \times 10 = 100$  carrés. Dans l'autre sens,  $1 \text{ cm}^2$  est le centième de  $1 \text{ dm}^2$  :  $1 \text{ cm}^2 = 0,01 \text{ dm}^2$ .



**1 dm de côté =  $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$   
= 100 carrés de  $1 \text{ cm}^2$**

## Décomposer une figure

Une figure tordue (en L, en escalier, en zigzag) se découpe en rectangles et en carrés. L'aire totale est la somme des aires des morceaux, s'ils ne se chevauchent pas.



## La formule

## RECTANGLE DE LONGUEUR L ET DE LARGEUR l

$$A(\text{rectangle}) = L \times l ;$$

$$A(\text{carré}) = c \times c$$

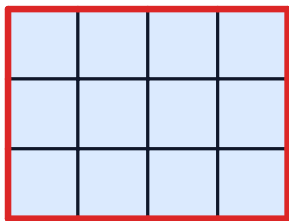
Pourquoi ça marche : 5 rangées de 8  
carreaux, c'est  $5 \times 8 = 40$  carreaux.  
Multiplier, c'est compter plus vite.

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

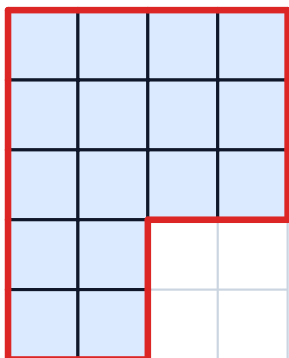
## Méthode : les aires

### 1. Regarder la figure

Est-ce un rectangle, un carré, ou  
une figure tordue sur quadrillage ?  
La forme décide de la méthode :  
formule, comptage ou découpage.



forme usuelle → une formule



forme tordue → on découpe

### 2. Calculer avec la bonne formule

Rectangle : longueur  $\times$  largeur.

Carré : côté  $\times$  côté. Sur quadrillage  
: compter les carreaux unités  
recouverts.

**Rectangle 8 cm  $\times$   
5 cm**

|          |   |
|----------|---|
| $\times$ | 8 |
|          | 5 |
| <hr/>    |   |
| 4        | 0 |

40 : c'est l'aire, en  
 $\text{cm}^2$ .

### 3. La même unité, puis l'unité carrée

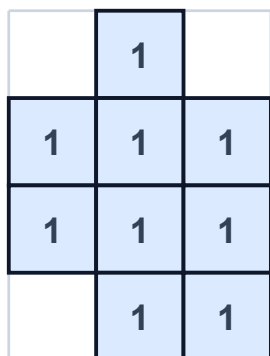
On termine toujours par l'unité : 24  
 $\text{cm}^2$ , 40  $\text{m}^2$ . Et avant de comparer  
deux aires, on les met dans la  
même unité — la mesure en  $\text{dm}^2$   
est 100 fois plus petite que la  
mesure en  $\text{cm}^2$ .

| Données | Unité           |
|---------|-----------------|
|         | 1 $\text{mm}^2$ |
|         | 1 $\text{cm}^2$ |
|         | 1 $\text{dm}^2$ |
|         | 1 $\text{m}^2$  |
|         | 1 $\text{km}^2$ |

## Selon ce que l'on cherche

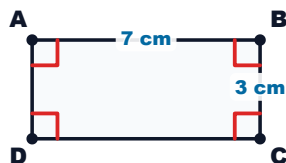
## Compter les carreaux

Sur un quadrillage, on compte les carreaux unités recouverts par la figure. 9 carreaux recouverts donnent une aire de 9 unités d'aire.

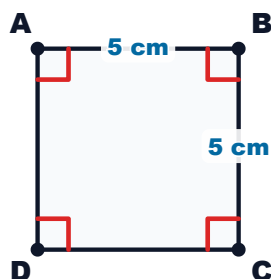


## Calculer rectangle ou carré

On connaît les dimensions :  
rectangle = longueur  $\times$  largeur,  
carré = côté  $\times$  côté. On n'oublie pas l'unité carrée à la fin.



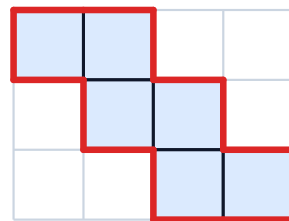
$$7 \times 3 = 21 \text{ cm}^2$$



$$5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$$

## Découper la figure

La figure n'est ni un rectangle ni un carré ? On la découpe en morceaux simples, on calcule l'aire de chaque morceau, puis on additionne.

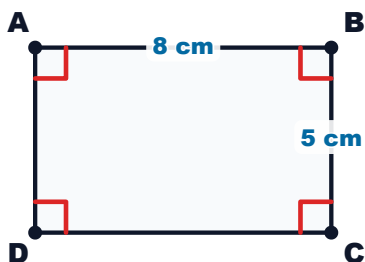


## Exemples corrigés

### L'aire d'un rectangle

Un rectangle mesure 8 cm de longueur et 5 cm de largeur.

**Calculer son aire.**



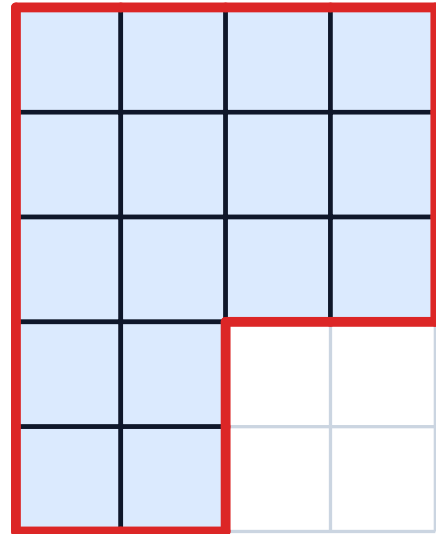
C'est un rectangle, donc aire = longueur  $\times$  largeur =  $8 \times 5 = 40$ . Son aire est 40 cm<sup>2</sup>. Attention :  $8 + 5 + 8 + 5$

### Une figure en L

Une figure en L est formée d'un rectangle de 4 cm sur 3 cm et d'un carré de côté 2 cm, sans chevauchement.

**Calculer son aire totale.**

= 26 cm, c'est son périmètre, pas son aire.

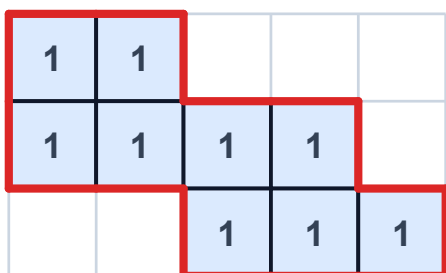


Aire du rectangle :  $4 \times 3 = 12 \text{ cm}^2$ . Aire du carré :  $2 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$ . Aire totale :  $12 + 4 = 16 \text{ cm}^2$ .

### Une figure biscornue

Une figure tracée sur un quadrillage (carreaux de  $1 \text{ cm}^2$ ) : elle n'est ni un rectangle, ni un carré, et son contour fait trois décrochements.

Quelle est son aire ?



Aucune formule ne s'applique : on compte les carreaux recouverts, rangée par rangée.  $2 + 4 + 3 = 9$  carreaux. L'aire est  $9 \text{ cm}^2$ . (On peut aussi la découper en un carré  $2 \times 2$ , puis deux morceaux de 2 et 3 carreaux :  $4 + 2 + 3 = 9$ .)

### Comparer deux aires

Une affiche a une aire de  $250 \text{ cm}^2$ . Une feuille a une aire de  $3 \text{ dm}^2$ .

Laquelle occupe la plus grande surface ?

| Données | Objet   | Aire donnée        |
|---------|---------|--------------------|
|         | Affiche | $250 \text{ cm}^2$ |
|         | Feuille | $3 \text{ dm}^2$   |

On met tout dans la même unité.  $1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$ , donc  $3 \text{ dm}^2 = 3 \times 100 = 300 \text{ cm}^2$ . On compare alors  $250 \text{ cm}^2$  et  $300 \text{ cm}^2$  : c'est la feuille qui a la plus grande aire.

## Pièges à éviter

Confondre l'aire (la surface à l'intérieur) et le périmètre (le tour de la figure).

Convertir une aire comme une longueur : de  $\text{dm}^2$  à  $\text{cm}^2$ , on multiplie par 100, pas par 10.

Oublier l'unité carrée : une aire s'écrit en  $\text{cm}^2$  ou en  $\text{m}^2$ , jamais en cm ou en m.

Additionner longueur et largeur au lieu de les multiplier pour l'aire d'un rectangle.

## À retenir

1  $\text{cm}^2$  est l'aire d'un carré de 1 cm de côté (pareil pour 1  $\text{dm}^2$  et 1  $\text{m}^2$ ).

Aire du rectangle = longueur  $\times$  largeur. Aire du carré = côté  $\times$  côté.

On change d'étage en multipliant par 100 : 1  $\text{m}^2$  = 100  $\text{dm}^2$ , 1  $\text{dm}^2$  = 100  $\text{cm}^2$ .

## Exercices corrigés : les aires

1. Sur un quadrillage, une figure en escalier recouvre 1 carreau sur la première rangée, puis 2, puis 3, puis 4. Quelle est son aire ?

Correction :

Aucune formule ici : on compte rangée par rangée.  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$  carreaux unités. L'aire de l'escalier est 10 unités d'aire.

2. Un carré de 1 dm de côté est découpé en carrés de 1 cm de côté. Combien y en a-t-il ? Complète : 1  $\text{dm}^2$  = ...  $\text{cm}^2$ .

Correction :

1 dm = 10 cm, donc le carré contient 10 rangées de 10 carrés, soit  $10 \times 10 = 100$  carrés de 1  $\text{cm}^2$ . Donc 1  $\text{dm}^2$  = 100  $\text{cm}^2$ .

3. Calcule l'aire d'un rectangle de 6 cm sur 4 cm, puis celle d'un carré de côté 7 cm.

Correction :

Rectangle : aire = longueur  $\times$  largeur =  $6 \times 4 = 24 \text{ cm}^2$ . Carré : aire = côté  $\times$  côté =  $7 \times 7 = 49 \text{ cm}^2$ .

4. Défi : deux rectangles peuvent-ils avoir la même aire mais des périmètres différents ?

**Correction :**

Oui. Un rectangle de 3 cm sur 4 cm et un rectangle de 2 cm sur 6 cm ont tous les deux une aire de 12 cm<sup>2</sup>. Mais leurs périmètres valent 14 cm et 16 cm : l'aire et le périmètre sont deux grandeurs différentes.

**5. Convertis 3,7 m<sup>2</sup> en dm<sup>2</sup>, puis 370 cm<sup>2</sup> en dm<sup>2</sup>.**

**Correction :**

1 m<sup>2</sup> = 100 dm<sup>2</sup>, donc 3,7 m<sup>2</sup> =  $3,7 \times 100 = 370$  dm<sup>2</sup>. Dans l'autre sens, 1 dm<sup>2</sup> = 100 cm<sup>2</sup> : la mesure en dm<sup>2</sup> est 100 fois plus petite que la mesure en cm<sup>2</sup>, donc 370 cm<sup>2</sup> =  $370 \div 100 = 3,7$  dm<sup>2</sup>.

**6. Problème : un jardin rectangulaire mesure 7 m de long et 3 m de large. On veut le comparer à un potager carré de côté 5 m. Lequel a la plus grande aire ?**

**Correction :**

Aire du jardin :  $7 \times 3 = 21$  m<sup>2</sup>. Aire du potager :  $5 \times 5 = 25$  m<sup>2</sup>. Les deux aires sont en m<sup>2</sup>, on compare les nombres : 25 est plus grand que 21. C'est le potager carré qui a la plus grande aire.