

Calculer avec les fractions

Additionner, soustraire, multiplier, prendre une fraction d'une quantité : quatre gestes, et une seule règle à ne jamais oublier — on n'additionne que des parts de même taille.

MOTS CLÉS

Somme, différence, produit, dénominateur commun

LE SECRET

Additionner = même dénominateur ; multiplier = non

OUTIL

La simplification, à la fin de chaque calcul

À quoi ça sert ?

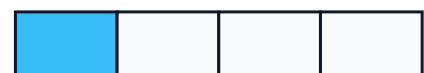
Calculer avec des fractions sert dès qu'on partage : une recette qu'on fait à moitié, trois quarts d'un paquet de biscuits, la part d'un sentier déjà parcourue, un rythme en musique. À La Réunion, $\frac{3}{4}$ d'un sentier de 12 km, c'est 9 km de marche — et 3 km qui restent.

Un peu d'histoire

Les Égyptiens, il y a 4000 ans, n'écrivaient presque que des fractions de numérateur 1 : pour eux, $\frac{3}{4}$ s'écrivait $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. Additionner des fractions leur demandait donc de tout redécouper — exactement le geste qu'on fait encore aujourd'hui pour trouver un dénominateur commun.

Définition : Calculer avec les fractions

Additionner ou soustraire deux fractions n'a de sens que si elles partagent le même dénominateur : on compte alors des parts de même taille, et on additionne seulement les numérateurs. Multiplier, au contraire, ne demande aucun dénominateur commun : on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.



$\frac{1}{4}$

+



$\frac{2}{4}$

=



$\frac{3}{4}$

$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$: les parts ont la même taille, on en compte 1 puis 2, cela fait 3.

Propriétés : Calculer avec les fractions

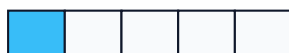
Même dénominateur

On additionne (ou soustrait) les numérateurs, et on garde le dénominateur.



$\frac{3}{5}$

=



$\frac{1}{5}$

=

Dénominateurs différents

On redécoupe d'abord en parts de même taille : $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12}$.



$\frac{9}{12}$

+



$\frac{2}{12}$

=

Multiplier

Haut $\times$ haut, bas $\times$ bas : $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$, que l'on simplifie en $\frac{1}{2}$.



$\frac{2}{3}$

$\times$



$\frac{3}{4}$

=



$\frac{2}{5}$



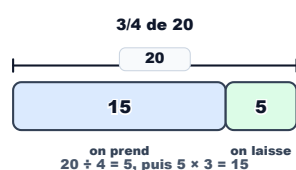
$\frac{11}{12}$



$\frac{6}{12}$

Une fraction d'une quantité

On divise par le dénominateur, puis on multiplie par le numérateur.



La formule

ADDITIONNER DEUX FRACTIONS DE MÊME DÉNOMINATEUR

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{(a + b)}{c}$$

Exemple : $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3}{4}$. Le dénominateur ne bouge pas, il dit la taille des parts.



$\frac{1}{4}$

+



$\frac{2}{4}$

=



$\frac{3}{4}$

Méthode : Calculer avec les fractions

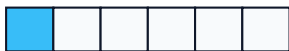
1. Je regarde les dénominateurs

S'ils sont différents, je redécoupe pour qu'ils deviennent identiques.



$\frac{3}{4}$

+



$\frac{1}{6}$

=



$\frac{11}{12}$

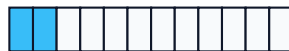
2. Je calcule les numérateurs

Pour une somme : j'additionne le haut et je garde le bas.



$\frac{9}{12}$

+



$\frac{2}{12}$

=



$\frac{11}{12}$

3. Je simplifie à la fin

Un résultat se donne toujours sous sa forme la plus simple.



$\frac{6}{12}$

=



$\frac{1}{2}$

=



$\frac{1}{2}$

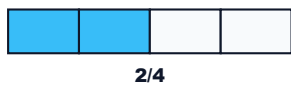
Selon ce que l'on cherche

Additionner

Même dénominateur d'abord, puis on additionne les numérateurs.



+

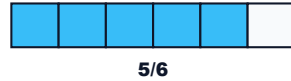


=

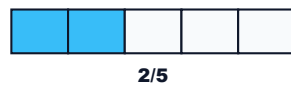


Multiplier

Haut $\times$ haut, bas $\times$ bas, sans dénominateur commun.



$\times$

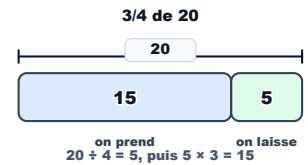


=



Fraction d'une quantité

On divise par le dénominateur, on multiplie par le numérateur.



Exemples corrigés

Une somme simple

Le calcul $1/4 + 2/4$.

Combien font $1/4 + 2/4$?

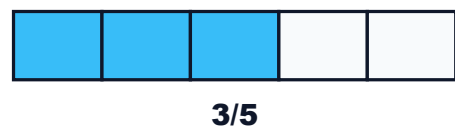


+

Une différence

Le calcul $3/5 - 1/5$.

Combien font $3/5 - 1/5$?



-



2/4

=



3/4

Les deux fractions ont le même dénominateur : les parts ont la même taille. J'additionne les numérateurs et je garde le dénominateur : $1 + 2 = 3$, donc $3/4$.



1/5

=



2/5

Même dénominateur : $3 - 1 = 2$, donc $2/5$.

Un produit

Le calcul $2/3 \times 3/4$.

Combien font $2/3 \times 3/4$?



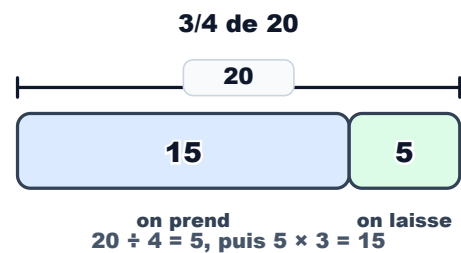
2/3

×

Une fraction d'une quantité

$3/4$ d'un paquet de 20 biscuits.

Combien de biscuits cela fait-il ?



Je divise par le dénominateur : $20 \div 4 = 5$ (c'est un quart). Puis je multiplie par le numérateur : $5 \times 3 = 15$. Il en prend 15, il en reste 5.



$\frac{3}{4}$

=



$\frac{6}{12}$

Haut $\times$ haut : $2 \times 3 = 6$. Bas $\times$ bas : $3 \times 4 = 12$.

Résultat $\frac{6}{12}$, que l'on simplifie : $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

Le défi : deux parts d'un gâteau

Enzo mange $\frac{3}{4}$ d'un gâteau le midi, puis $\frac{1}{6}$ du même gâteau le soir.

Quelle quantité a-t-il mangée en tout ?



$\frac{9}{12}$

+



$\frac{2}{12}$

=



$\frac{11}{12}$

Les parts n'ont pas la même taille : je redécoupe en douzièmes. $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ et $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$. J'additionne les numérateurs : $9 + 2 = 11$, donc $\frac{11}{12}$ du gâteau.

Pièges à éviter

Additionner les dénominateurs : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ ne fait pas $\frac{2}{5}$. On met au même dénominateur d'abord.

Chercher un dénominateur commun pour MULTIPLIER : inutile, on multiplie haut par haut et bas par bas.

Oublier de simplifier le résultat à la fin ($\frac{6}{12}$ s'écrit $\frac{1}{2}$).

À retenir

Additionner ou soustraire : même dénominateur d'abord, puis on ne touche qu'aux numérateurs.

Multiplier : haut $\times$ haut, bas $\times$ bas (aucun dénominateur commun à chercher).

Une fraction d'une quantité : on divise par le dénominateur, on multiplie par le numérateur.

Exercices corrigés : Calculer avec les fractions

1. Calcule $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$.

Correction :

Même dénominateur : $2 + 3 = 5$, donc $5/7$.

2. Calcule $1/2 + 1/3$.

Correction :

Les parts n'ont pas la même taille : je redécoupe en sixièmes. $1/2 = 3/6$ et $1/3 = 2/6$, donc $3/6 + 2/6 = 5/6$.

3. Calcule $1/2 \times 4/5$.

Correction :

Haut $\times$ haut : $1 \times 4 = 4$. Bas $\times$ bas : $2 \times 5 = 10$. Résultat $4/10$, soit $2/5$ simplifié.

4. Calcule $2/5$ de 30.

Correction :

$30 \div 5 = 6$, puis $6 \times 2 = 12$.

5. À La Réunion, Tom parcourt $3/4$ d'un sentier de 12 km. Combien de kilomètres a-t-il parcourus ?

Correction :

$12 \div 4 = 3$, puis $3 \times 3 = 9$. Tom a parcouru 9 km, il lui en reste 3.