

Le cercle et le disque — cours de maths 6e

Un cercle n'est pas une forme ronde : c'est une DISTANCE. Tous ses points sont à la même distance du centre, ni plus près ni plus loin — et c'est cette définition-là qui explique tout le reste, le compas, le vocabulaire, et jusqu'à la zone qu'une chèvre attachée peut brouter. Le disque, lui, ajoute l'intérieur.

LE MOT CLÉ

Tous les points à la même distance du centre

LA DIFFÉRENCE

Le cercle est le tour, le disque est le plein

LA RÈGLE D'OR

$P = \pi \times d$, avec le DIAMÈTRE

À quoi ça sert : le cercle et le disque

Le cercle est partout où il y a une distance à ne pas dépasser. Une chèvre attachée à un piquet par une corde de 8 mètres broute un disque de 8 mètres de rayon, et un arbre à 9 mètres reste hors d'atteinte. Une antenne, une borne de secours, un arroseur automatique couvrent de même un disque, et leur portée en est le rayon. Le périmètre, lui, se calcule dès qu'on fait le tour : un rond-point de 20 mètres de diamètre demande 62,8 mètres de peinture au sol, une roue de vélo de 70 cm de diamètre avance de 219,8 cm à chaque tour — c'est ainsi qu'un compteur de vélo mesure une distance sans rien connaître de la route. Et à La Réunion, un bassin rond dont le tour mesure 15,7 m a un rayon de 2,5 m : on remonte du tour à la dimension, dans l'autre sens.

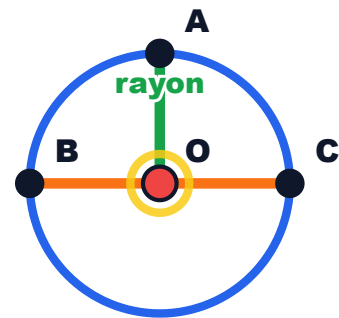
Un peu d'histoire : le cercle et le disque

Personne n'a « inventé » π : on a mis des siècles à le mesurer. Vers 250 avant notre ère, Archimède a trouvé une méthode qui ne demande aucun instrument nouveau — enfermer le cercle entre deux polygones, l'un dedans, l'autre dehors, et calculer leurs périmètres. Avec des polygones de 96 côtés, il obtient que π est compris entre $3 + \frac{10}{71}$ et $3 + \frac{1}{7}$, soit entre 3,1408 et 3,1429. C'est juste, et c'est encore l'encadrement qu'on apprend au collège. La lettre grecque π , elle, n'arrive qu'en 1706 : c'est le Gallois William Jones qui la choisit, pour l'initiale de « périmètre » en grec.

Définition : le cercle et le disque

Le cercle de centre O et de rayon r est l'ensemble des points situés à une distance de O égale à r — exactement r, ni plus, ni moins. Le disque de centre

O et de rayon r ajoute à ce contour tout ce qu'il enferme : les points situés à une distance **INFÉRIEURE OU ÉGALE** à r . Le rayon est un segment qui joint le centre à un point du cercle ; le diamètre joint deux points du cercle en passant par le centre, et il vaut donc deux rayons. Un segment qui joint deux points du cercle sans passer par le centre s'appelle une corde.



$[OA]$ est un rayon, $[BC]$ un diamètre :
 $BC = 2 \times OA$

Le compas dessine un cercle parce qu'il garde un écartement **CONSTANT** : sa pointe est le centre, son écartement le rayon. Un cercle possède une infinité de rayons — tous les segments allant de O au tour — et ils ont tous la même longueur.

Propriétés : le cercle et le disque

Quatre mots à ne pas confondre

Rayon, diamètre et corde sont tous des segments : ce qui les distingue est leur rapport au centre. Le rayon en part, le diamètre le traverse, la corde l'évite. Et le diamètre vaut deux rayons : rayon 4 cm, diamètre 8 cm.

Données	le mot	ce
	le rayon	du au
	le diamètre	ce b l'a
	une corde	ce b l'a

Dessus, dedans, dehors

M est sur le cercle : sa distance à O vaut exactement le rayon. N est plus près : il est dans le disque, mais pas sur le cercle. P est plus loin : il est en dehors des deux.



Le tour est proportionnel au diamètre

Doublez le diamètre, le tour double ; triplez-le, le tour triple. Et si l'on divise le tour par le diamètre, on retombe **TOUJOURS** sur le même nombre, quel que soit le disque : environ 3,14.

diamètre (cm)	1	2
tour (cm)	3,14	6,28

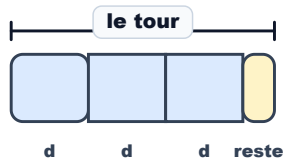
Données	le mot	ce
	le disque	le l'in

un diamètre est la plus longue
des cordes

Ce nombre s'appelle

π

Ce coefficient de proportionnalité
est π , qui vaut un peu plus de 3 : le
tour d'un disque fait trois diamètres
et des poussières. D'où $P = \pi \times$
 d , avec $\pi \approx 3,14$.



3 diamètres, et un peu plus

La formule : le cercle et le disque

LE TOUR D'UN DISQUE

$$P = \pi \times d \quad P = 2 \times$$

$$\pi \times r \quad d = 2 \times r$$

Les deux premières sont la MÊME
formule, puisque le diamètre vaut deux
rayons. ⚠ Le piège est de prendre le
rayon dans la première : on trouve
alors la moitié du bon résultat. On
prend $\pi \approx 3,14$ au collège.

Méthode : le cercle et le disque

1. Rayon ou diamètre ?

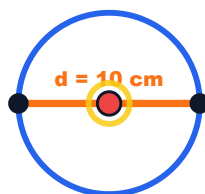
On regarde d'abord ce que l'énoncé donne. S'il donne le rayon, on le double avant d'appliquer $P = \pi \times d$ — ou l'on utilise directement $P = 2 \times \pi \times r$. C'est l'erreur la plus fréquente de toute la notion.

Données	le mot	ce que ça veut dire
	le rayon	du centre au bord
	le diamètre	du bord au bord en passant par le centre
	une corde	entre deux points du bord
	le disque	le cercle et l'intérieur

un diamètre est la plus longue des cordes

2. Multiplier par π

Une fois le diamètre connu, on multiplie par 3,14. Pour un diamètre de 10 cm : $3,14 \times 10 = 31,4$ cm. Le résultat est une longueur, donc en cm — et il est un peu plus de trois fois le diamètre, ce qui permet de le contrôler d'un coup d'œil.



3. Ou remonter au diamètre

Si c'est le tour qui est donné, on fait l'opération inverse : on divise par π . Un tour de 31,4 cm vient d'un diamètre de $31,4 \div 3,14 = 10$ cm, donc d'un rayon de 5 cm.

$$31,4 \div 3,14$$

quotient : 10 reste : 0

Vérification :
dividende =
diviseur $\times$
quotient +
reste

$$P = 31,4 \text{ cm donc } d = 31,4 \div 3,14$$

Selon ce que l'on cherche : le cercle et le disque

Une zone d'action

Une chèvre attachée par une corde de 8 m broute un disque de 8 m de rayon. Une antenne, un arroseur, une borne de secours : même figure, et leur portée est le rayon.

Faire le tour

Un rond-point de 20 m de diamètre a un tour de $3,14 \times 20 = 62,8$ m. C'est la longueur de peinture, de bordure ou de barrière à prévoir.

diamètre (cm)	1	2
tour (cm)	3,14	6,28

Remonter à la dimension

Un bassin rond dont le tour mesure 15,7 m : son diamètre vaut $15,7 \div 3,14 = 5$ m, donc son rayon 2,5 m. On mesure ce qui est accessible, on en déduit le reste.

$$31,4 \div 3,14$$



quotien **reste**
: 10 : 0

Vérification :
dividende =
diviseur ×
quotient +
reste

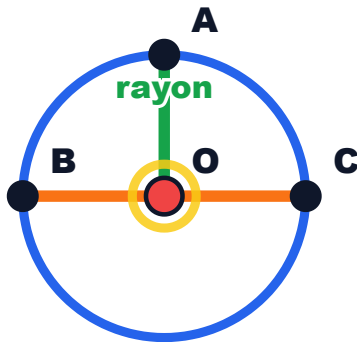
$$P = 31,4 \text{ cm donc } d = 31,4 \div 3,14$$

Exemples corrigés : le cercle et le disque

Du rayon au diamètre

Un cercle a un rayon de 4 cm.

Combien mesure son diamètre, et combien a-t-il de rayons ?

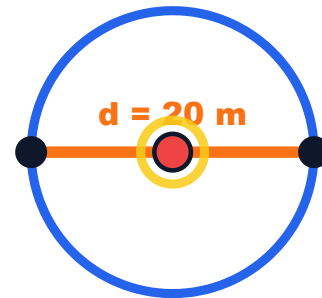


Le diamètre vaut deux rayons : $2 \times 4 = 8$ cm. Quant au nombre de rayons, il y en a une INFINITÉ — tout segment joignant le centre à un point du cercle en est un, et il y a une infinité de points sur un cercle. Ils ont tous la même longueur, 4 cm : c'est même la définition du cercle.

Le tour d'un rond-point

Un rond-point a un diamètre de 20 m. On prend $\pi \approx 3,14$

Quelle longueur parcourt-on en en faisant tout le tour ?



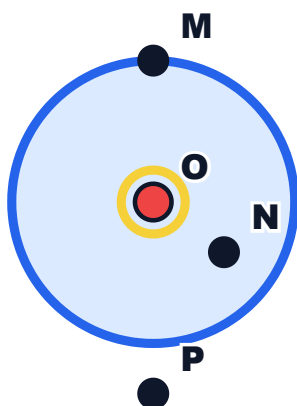
On applique $P = \pi \times d = 3,14 \times 20 = 62,8$ m.

★ Contrôle de bon sens : le tour doit valoir un peu plus de trois diamètres, c'est-à-dire un peu plus de 60 m — 62,8 convient. ⚠ Si l'énoncé avait donné le RAYON (10 m), il aurait fallu le doubler d'abord, ou écrire $P = 2 \times 3,14 \times 10$. Prendre $3,14 \times 10$ aurait donné 31,4 m, soit la moitié du bon résultat.

La case à 500 mètres

Une borne de secours couvre tout ce qui se trouve À MOINS DE 500 m d'elle. Une case est à 500 m exactement.

Est-elle couverte ?



Non. « À moins de 500 m » signifie strictement moins : la distance 500 m elle-même est exclue. La case est donc sur le cercle de rayon 500 m, pas à l'intérieur — comme le point M du dessin, et non comme N. ★ Si l'énoncé avait dit « à 500 m AU PLUS », elle aurait été couverte : ce serait le disque entier. Un mot change, la frontière bascule d'un côté ou de l'autre — et le cercle est précisément cette frontière.

Pièges à éviter : le cercle et le disque

Confondre le cercle et le disque : le cercle est le TOUR seul, le disque est le tour ET tout l'intérieur. Un point à 4 cm du centre, quand le rayon vaut 5 cm, est dans le disque mais pas sur le cercle.

Confondre rayon et diamètre dans la formule : $P = \pi \times d$ utilise le DIAMÈTRE. Avec le rayon, il faut doubler d'abord : $P = 2 \times \pi \times r$. Oublier ce 2 divise le résultat par deux.

Croire que « à moins de 500 m » inclut 500 m : non. « À moins de » exclut la distance elle-même, « à 500 m au plus » l'inclut. C'est exactement la différence entre l'intérieur du disque et le disque entier.

À retenir : le cercle et le disque

Le cercle de centre O et de rayon r est l'ensemble des points situés à EXACTEMENT r de O. Le disque y ajoute tout l'intérieur.

Le diamètre vaut deux fois le rayon, et c'est la plus longue des cordes. Un cercle a une infinité de rayons, tous de même longueur.

Le tour d'un disque est proportionnel à son diamètre, et le coefficient est $\pi \approx 3,14$: $P = \pi \times d = 2 \times \pi \times r$.

Exercices corrigés : le cercle et le disque

1. Un cercle a un rayon de 4 cm. Combien mesure son diamètre ?

Correction :

8 cm : le diamètre vaut toujours deux fois le rayon. Et réciproquement, un cercle de diamètre 10 cm a un rayon de 5 cm.

2. Quelle est la différence entre le cercle et le disque de centre O et de rayon 4 cm ?

Correction :

Le cercle est le TOUR seul — les points à exactement 4 cm de O. Le disque comprend aussi tout l'intérieur, c'est-à-dire les points à 4 cm ou moins. Le cercle est le bord du disque.

3. Une chèvre est attachée à un piquet par une corde de 8 m, dans un pré plat. Quelle est la forme de la zone où elle peut brouter ? Peut-elle atteindre un arbre situé à 9 m du piquet ?

Correction :

Un disque de 8 m de rayon : elle atteint tous les points à 8 m ou moins du piquet. L'arbre est à 9 m, donc hors du disque — elle ne peut pas l'atteindre.

4. Un disque de diamètre 1 m a un tour de 3,14 m. Quel est le tour d'un disque de diamètre 3 m ?

Correction :

9,42 m. Le tour est proportionnel au diamètre : en triplant le diamètre, on triple le tour, donc $3 \times 3,14 = 9,42$.

5. Un disque a un diamètre de 10 cm. Calcule son périmètre ($\pi \approx 3,14$).

Correction :

$P = \pi \times d = 3,14 \times 10 = 31,4$ cm. ⚠ Attention à ne pas confondre avec le rayon : si l'énoncé donnait un rayon de 10 cm, le périmètre vaudrait $2 \times 3,14 \times 10 = 62,8$ cm.

6. Pourquoi utilise-t-on 3,14 et pas exactement 3 pour calculer le tour d'un disque ?

Correction :

Parce que le tour vaut un peu PLUS de trois diamètres. En posant trois diamètres bout à bout le long du tour, il reste un petit morceau — environ 0,14 diamètre. Prendre 3 donnerait un résultat systématiquement trop petit.