

Le cosinus d'un angle aigu — cours de maths 4e

Dans un triangle rectangle, Pythagore relie les longueurs entre elles. Le cosinus fait autre chose : il relie une longueur à un ANGLE. C'est ce qui permet de calculer un angle sans rapporteur, et une longueur qu'aucune règle n'atteint.

CONDITION

Un triangle rectangle, et un angle aigu

LE MOT CLÉ

Le côté adjacent : celui qui touche l'angle

OUTIL

Les touches cos et $\cos^{-1}$ de la calculatrice

À quoi ça sert : le cosinus d'un angle aigu

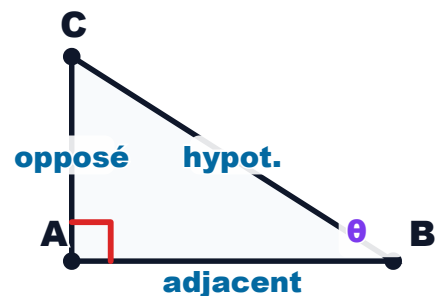
Le cosinus sert partout où une pente doit être mesurée sans être escaladée. À La Réunion, c'est l'inclinaison d'une route des Hauts, la pente d'une toiture qui doit résister aux cyclones, l'angle d'une échelle contre un mur — les fabricants recommandent entre 65° et 75° , et c'est le cosinus qui le vérifie. C'est aussi ce qui permet à un randonneur de calculer la distance réellement parcourue sur un sentier en pente à partir de la distance lue sur la carte.

Un peu d'histoire : le cosinus d'un angle aigu

Le mot « cosinus » vient du latin, mais l'idée est indienne : au Ve siècle, l'astronome Aryabhata dressait déjà des tables de rapports dans le triangle rectangle, sous le nom de « jya ». Traduit en arabe puis en latin, le mot a été confondu avec « jaib », qui signifie « repli d'un vêtement » — d'où « sinus », le pli, en latin. Notre vocabulaire de trigonométrie vient d'une erreur de traduction.

Définition : le cosinus d'un angle aigu

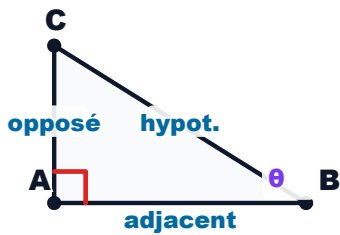
Dans un triangle rectangle, on choisit un angle aigu. Le côté adjacent à cet angle est celui qui le touche sans être l'hypoténuse. Le cosinus de l'angle est alors le quotient de la longueur du côté adjacent par celle de l'hypoténuse. C'est un nombre, sans unité.



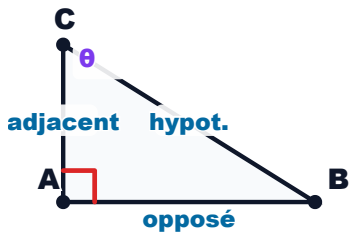
Propriétés : le cosinus d'un angle aigu

L'adjacent dépend de l'angle

« Adjacent » n'est pas le nom d'un côté : c'est une place par rapport à un angle. Le même triangle, regardé depuis B ou depuis C, ne donne pas le même côté adjacent.



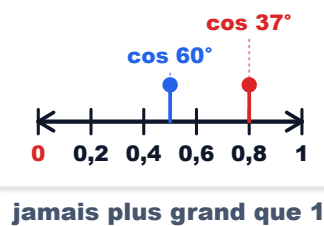
angle en B → adjacent = AB



angle en C → adjacent = AC

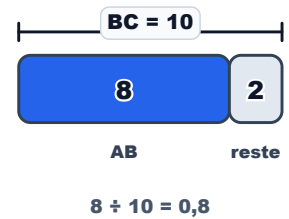
Un nombre entre 0 et 1

L'adjacent est toujours plus court que l'hypoténuse, donc leur quotient est toujours plus petit que 1. Un cosinus supérieur à 1 est le signe d'un quotient inversé.



L'adjacent est une part de l'hypoténuse

Le cosinus mesure quelle part de l'hypoténuse occupe l'adjacent. Ici l'adjacent vaut 8 sur une hypoténuse de 10 : le cosinus est 0,8.



De la valeur à l'angle

Quand l'angle grandit, son cosinus diminue : de 1 pour 0° jusqu'à 0 pour 90° . La touche $\cos^{-1}$ fait le chemin inverse, de la valeur vers l'angle.

Données	angle	son cosin
	0°	1
	37°	0,8

Données	angle	son cosinus
	60°	0,5
	90°	0

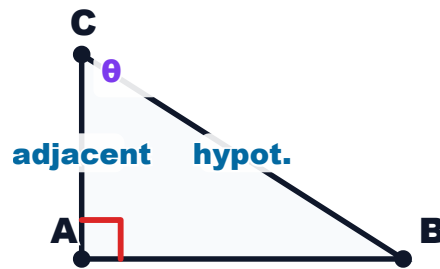
l'angle monte, le cosinus descend

La formule : le cosinus d'un angle aigu

DANS UN TRIANGLE RECTANGLE,
POUR UN ANGLE AIGU θ

$$\cos \theta = \text{adjacent} \div \text{hypoténuse}$$

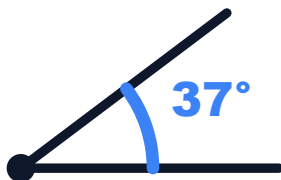
L'ordre ne s'invente pas : l'adjacent est au-dessus, l'hypoténuse au-dessous. C'est ce qui garantit un résultat entre 0 et 1.



Méthode : le cosinus d'un angle aigu

1. Repérer

On part de l'angle aigu donné, jamais de l'angle droit. On repère l'hypoténuse — en face de l'angle droit — puis l'adjacent : celui des deux autres côtés qui touche l'angle étudié.



l'angle aigu qu'on étudie

2. Calculer

On écrit la formule avec les noms des côtés, on remplace par les nombres, puis on isole ce qu'on cherche : l'adjacent se trouve en multipliant, l'hypoténuse en divisant.

$$\begin{array}{r} \times \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 1 & 0 \\ \hline 0 & , & 8 \\ \hline \end{array} \\ \hline \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & 8 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

$$\text{hypoténuse} \times \cosinus = \text{adjacent}$$

3. Contrôler

Trois contrôles, tous de tête. Le cosinus trouvé est-il entre 0 et 1 ? L'adjacent trouvé est-il plus court que l'hypoténuse ? L'angle trouvé est-il bien aigu ? Un seul « non » et le calcul est à refaire.

Selon ce que l'on cherche : le cosinus d'un angle aigu

Nommer les côtés

L'angle aigu est donné. On identifie l'hypoténuse puis le côté adjacent, et on peut écrire la formule avant même de connaître les nombres.

Calculer une longueur

L'angle et une longueur sont connus. Si c'est l'hypoténuse qu'on connaît, on multiplie par le cosinus ; si c'est l'adjacent, on divise par le cosinus.

Calculer un angle

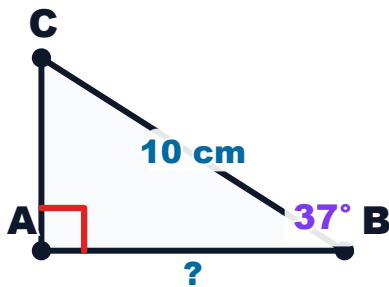
Les deux longueurs sont connues. On calcule leur quotient, puis on utilise la touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice pour remonter à l'angle.

Exemples corrigés : le cosinus d'un angle aigu

La longueur au pied du mur

Le triangle ABC est rectangle en A. L'angle en B mesure 37° et l'hypoténuse BC mesure 10 cm.

Combien mesure le côté adjacent AB ?

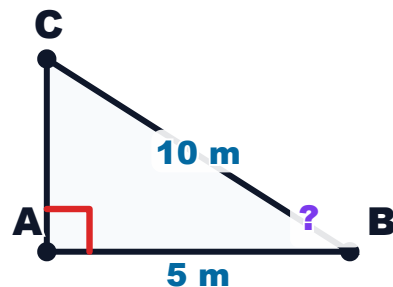


L'angle étudié est en B, l'hypoténuse est BC et le côté adjacent est AB. On écrit $\cos B = AB \div BC$, donc $\cos 37^\circ = AB \div 10$. La calculatrice donne $\cos 37^\circ \approx 0,8$, donc $AB \approx 10 \times 0,8 = 8$. Le côté AB mesure environ 8 cm. Contrôle : 8 est bien plus court que 10.

L'angle de l'échelle

Une échelle de 10 m est posée contre un mur. Son pied est à 5 m du mur. Le triangle ABC est rectangle en A, avec $AB = 5$ m et $BC = 10$ m.

Quel angle l'échelle fait-elle avec le sol ?

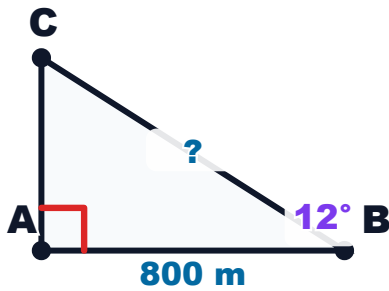


L'angle cherché est en B. Le côté adjacent est $AB = 5$, l'hypoténuse est $BC = 10$. On écrit $\cos B = 5 \div 10 = 0,5$. Avec la touche $\cos^{-1}$, on obtient $B = 60^\circ$. L'échelle fait un angle de 60° avec le sol — un peu moins que les 65° recommandés par les fabricants.

La route des Hauts

Une portion de route monte avec un angle de 12° par rapport à l'horizontale. Sur la carte, la distance horizontale mesure 800 m.

Quelle distance parcourt-on réellement sur la route ?



La distance de la carte est le côté adjacent, la route est l'hypoténuse. On écrit $\cos 12^\circ = 800 \div BC$. La calculatrice donne $\cos 12^\circ \approx 0,978$. Donc $BC = 800 \div 0,978 \approx 818$. On parcourt environ 818 m, soit 18 m de plus que ce que la carte annonce. Contrôle : l'hypoténuse est bien la plus longue.

Pièges à éviter : le cosinus d'un angle aigu

Partir de l'angle droit : le cosinus se calcule toujours à partir d'un angle AIGU, jamais des 90° .

Garder « adjacent = AB » quand on change d'angle : le côté adjacent est celui qui touche l'angle étudié, il change de place si on change d'angle.

Trouver un cosinus plus grand que 1 : c'est impossible, l'adjacent est toujours plus court que l'hypoténuse. C'est le signe qu'on a inversé le quotient.

À retenir : le cosinus d'un angle aigu

Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est le quotient du côté adjacent par l'hypoténuse.

Le côté adjacent est celui qui touche l'angle étudié sans être l'hypoténuse : il change si on change d'angle.

Un cosinus est toujours compris entre 0 et 1. Pour remonter de sa valeur à l'angle, on utilise la touche $\cos^{-1}$.

Exercices corrigés : le cosinus d'un angle aigu

1. Dans un triangle ABC rectangle en A, on étudie l'angle en C. Quel côté est l'hypoténuse, et quel côté est adjacent à cet angle ?

Correction :

L'hypoténuse est toujours le côté opposé à l'angle droit : c'est BC. Le côté adjacent à l'angle C est celui qui le touche sans être l'hypoténuse : c'est AC. Attention, si on avait étudié l'angle en B, l'adjacent aurait été AB.

2. Un élève trouve un cosinus égal à 1,25. Que peux-tu dire de son calcul sans rien recalculer ?

Correction :

Il s'est trompé. Le côté adjacent est toujours plus court que l'hypoténuse, donc leur quotient est toujours compris entre 0 et 1. Un résultat supérieur à 1 signifie qu'il a divisé l'hypoténuse par l'adjacent au lieu de l'inverse.

3. Dans un triangle rectangle, le côté adjacent à un angle mesure 5 cm et l'hypoténuse 10 cm. Combien mesure cet angle ?

Correction :

On calcule le cosinus : $5 \div 10 = 0,5$. Avec la touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice, $\cos^{-1}(0,5)$ donne 60° .
L'angle mesure 60° . Contrôle : 60° est bien un angle aigu.

4. Pourquoi le cosinus d'un angle diminue-t-il quand l'angle augmente ?

Correction :

Parce qu'en ouvrant l'angle, on couche l'hypoténuse : le côté adjacent devient de plus en plus court par rapport à elle. À 0° , les deux côtés se confondent et le cosinus vaut 1 ; à 90° , l'adjacent a disparu et le cosinus vaut 0.