

Les expressions littérales — cours de maths 4e

Une lettre dans un calcul n'est pas un mystère : c'est un nombre qu'on ne connaît pas encore, et qui vaut la même chose d'un bout à l'autre de l'expression. Savoir lire, traduire, calculer et réduire une expression littérale ouvre tout le reste de l'algèbre de 4^e.

LE MOT CLÉ

La lettre : un nombre qu'on ne connaît pas encore

DEUX GESTES

Substituer une valeur, et réduire

LA RÈGLE D'OR

On n'additionne que ce qui est semblable

À quoi ça sert : les expressions littérales

Une expression littérale, c'est une formule qui attend ses nombres. À La Réunion, c'est le tarif d'un taxi — une prise en charge fixe plus un prix au kilomètre —, la facture d'électricité avec son abonnement et sa consommation, ou le prix d'une sortie scolaire : un car à louer, plus tant par élève. Écrire la formule une fois permet de répondre pour vingt élèves comme pour cinquante, sans tout recommencer. C'est aussi ce que fait un tableur dans chacune de ses cellules.

Un peu d'histoire : les expressions littérales

Utiliser des lettres pour les nombres inconnus vient du mathématicien français François Viète, à la fin du XVI^e siècle : avant lui, les problèmes s'énonçaient en phrases entières, et chaque type de problème avait sa recette. Le mot « algèbre », lui, vient de l'arabe « al-jabr », qui désigne le geste de remettre en place — celui qu'on fait en transposant un terme d'un côté à l'autre d'une égalité.

Définition : les expressions littérales

Une expression littérale est un calcul dans lequel une ou plusieurs lettres remplacent des nombres. La lettre désigne un nombre précis mais inconnu, et elle garde la même valeur partout dans l'expression. Écrire $3x$ signifie « trois fois x » : le signe de multiplication ne s'écrit pas devant une lettre.

SITUATION CONCRÈTE



X

score inconnu

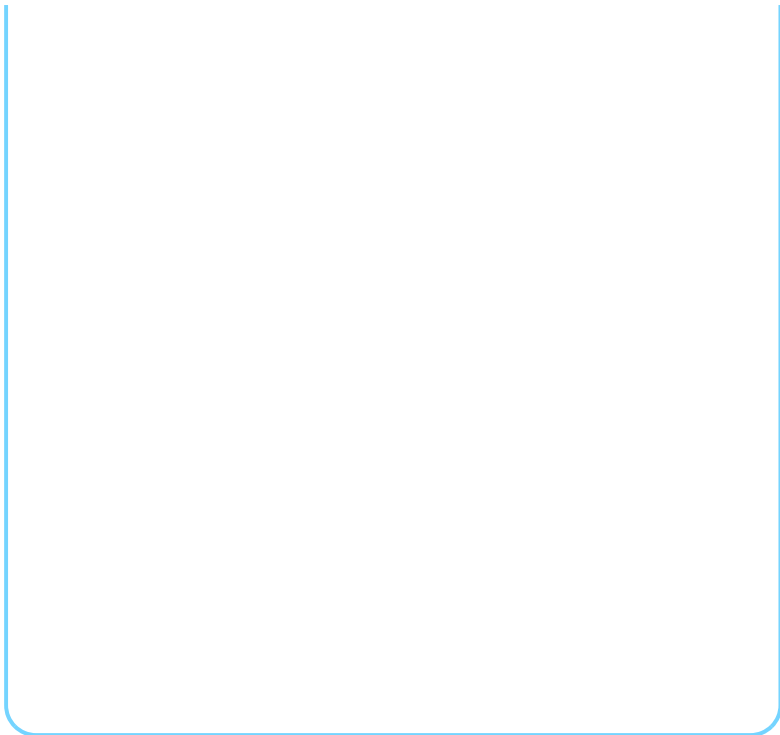


X

score inconnu



X



score inconnu

+

niveau

niveau

je modélise

ÉCRITURE ALGÈBRIQUE

$3x + 2$

trois contenus identiques mais inconnus, et deux objets visibles

$3x + 2$: trois fois le même contenu caché, plus deux objets qu'on voit.

Propriétés : les expressions littérales

Ce que chaque morceau dit

Dans $3x + 5$, la lettre est x , le coefficient est 3 — il dit combien de fois on prend x — et 5 est le terme constant, qui ne dépend pas de x .

Données	le morceau	s
	x	
	3	co
	+ 5	l c

dans l'expression $3x + 5$

Traduire une phrase

« Un nombre x augmenté de 4 » s'écrit $x + 4$. On ajoute, donc le résultat est plus grand que x — ce que $4x$ ne dit pas du tout.

$x + 4$

x

4

x de plus

ce n'est pas $4x$

Donner une valeur à la lettre

Substituer, c'est remplacer la lettre par un nombre. Pour $x = 4$, l'expression $3x + 2$ devient $3 \times 4 + 2$, et les priorités s'appliquent : $12 + 2 = 14$.

3

$\times$

4

1

2

puis $12 + 2 = 14$

On n'additionne que ce qui est pareil

$3x + 2x$ se réduit en $5x$: trois

sacs et deux sacs font cinq sacs.

Mais $3x + 2$ ne se réduit pas — un

sac et une pièce ne sont pas la

même chose.

SITUATION CONCRÈTE



X

score inconnu



X

score inconnu



X

score inconnu



X

score inconnu



X

score inconnu

je modélise

ÉCRITURE
ALGÈBRIQUE

$$3x + 2x = 5x$$

La formule : les expressions littérales

ÉCRITURE DES PRODUITS

**$3 \times x$ s'écrit $3x$ · $x \times x$
s'écrit x^2 · $1 \times x$ s'écrit
 x**

Le signe $\times$ disparaît devant une lettre,
et le coefficient 1 ne s'écrit pas. C'est
une convention d'écriture, pas un
calcul.

Méthode : les expressions littérales

1. Lire

On repère d'abord la lettre, puis les
coefficients qui la précèdent, puis
les termes constants. Un terme est
un morceau séparé des autres par
un $+$ ou un $-$, signe compris.

2. Réduire

On regroupe les termes semblables
: les termes en x ensemble, les
nombres ensemble. On additionne
les coefficients, et la lettre ne bouge
pas. S'il n'y a rien de semblable,
l'expression est déjà réduite.

Données	l'expression
	$3x + 2x$
	$3x + 2$
	$5x + 4 - 2x$

la 2e ligne ne se réduit pas :
rien n'est semblable

3. Substituer

On réécrit l'expression en
remplaçant chaque lettre par sa
valeur, sans oublier de remettre le
signe $\times$ qu'on avait supprimé. Puis
on calcule en respectant les
priorités.

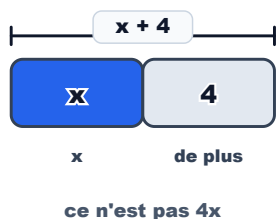
$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \\ + \quad 2 \\ \hline 1 \quad 4 \end{array}$$

$3x + 2$ pour $x = 4$

Selon ce que l'on cherche : les expressions littérales

Écrire une formule

On traduit la situation mot à mot : « augmenté de » donne une addition, « fois » une multiplication, « de moins que » une soustraction. La lettre nomme ce qui varie.



Calculer une valeur

On remplace la lettre par la valeur donnée, puis on calcule. La même formule sert pour toutes les valeurs : c'est tout son intérêt.

Simplifier l'écriture

On réduit avant de substituer quand c'est possible : moins de termes, moins d'occasions de se tromper dans le calcul.

Exemples corrigés : les expressions littérales

Reconnaître les morceaux

On considère l'expression $3x + 5$.

Quelle est la lettre, et que représente le 3 ?

Données	le morceau	son nom	ce qu'il dit
	x	la lettre	le nom qu'on ne connaît pas
	3	le coefficient	combien de fois on prend
	+ 5	le terme constant	il reste dépensé

dans l'expression $3x + 5$

La lettre est x : c'est le nombre qu'on ne connaît pas encore. Le 3 est le coefficient de x : il dit qu'on prend

De la phrase à l'écriture

On veut traduire : « un nombre x augmenté de 4 ».

Quelle expression littérale écrit-on ?



ce n'est pas $4x$

« Augmenté de 4 » signifie qu'on AJOUTE 4 : l'expression est $x + 4$. ⚠ L'erreur fréquente est d'écrire $4x$, qui signifie « quatre fois x ». On peut le vérifier avec un nombre : pour $x = 10$, « augmenté de 4 » donne 14, alors que $4x$ donnerait 40.

trois fois ce nombre. Enfin, 5 est le terme constant — il ne dépend pas de x et ne changera pas, quelle que soit la valeur de la lettre.

Pourquoi $3x + 2x$ fait $5x$

On veut réduire $3x + 2x$, et on se demande pourquoi $3x + 2$ ne se réduit pas.

Comment l'expliquer ?

SITUATION CONCRÈTE



je modélise

ÉCRITURE ALGÈBRIQUE

$$3x + 2x = 5x$$

trois sacs plus deux sacs : cinq sacs

$3x$ signifie « trois fois x » et $2x$ « deux fois x » : ce sont des paquets du MÊME objet. Trois paquets plus deux paquets font cinq paquets, donc $3x + 2x = 5x$. On peut le vérifier avec un nombre : pour $x = 4$, on a $12 + 8 = 20$, et $5 \times 4 = 20$. En revanche, dans $3x + 2$, le 2 n'est pas un paquet de x : les

deux termes ne sont pas semblables, et l'expression est déjà réduite.

Pièges à éviter : les expressions littérales

Écrire $4x$ au lieu de $x + 4$: « augmenté de 4 » ajoute 4, il ne multiplie pas par 4. Le résultat doit être plus GRAND que x , pas quatre fois plus grand.

Réduire $3x + 2$ en $5x$: on ne peut additionner que des termes semblables. Trois sacs et deux pièces ne font pas cinq de quelque chose.

Oublier les priorités en substituant : pour $x = 4$, l'expression $3x + 2$ vaut $3 \times 4 + 2 = 14$, et non $3 \times 6 = 18$.

À retenir : les expressions littérales

Une expression littérale est un calcul où une lettre remplace un nombre qu'on ne connaît pas encore. La lettre vaut la même chose partout dans l'expression.

Substituer, c'est remplacer la lettre par une valeur, puis calculer en respectant les priorités.

On ne réduit que des termes SEMBLABLES : les termes en x avec les termes en x , les nombres avec les nombres.

Exercices corrigés : les expressions littérales

1. Dans l'expression $3x + 5$, quelle est la lettre et quel est le terme constant ?

Correction :

La lettre est x , c'est le nombre inconnu. Le terme constant est 5 : il ne dépend pas de x . Le 3, lui, est le coefficient de x .

2. Traduire par une expression littérale : « un nombre x augmenté de 4 ».

Correction :

On écrit $x + 4$. « Augmenté de » indique une addition. Attention à ne pas écrire $4x$, qui voudrait dire « quatre fois x » — un contrôle rapide avec $x = 10$ suffit à trancher : 14 contre 40.

3. Calculer $3x + 2$ pour $x = 4$.

Correction :

On remplace x par 4, en remettant le signe de multiplication : $3 \times 4 + 2$. La multiplication passe avant l'addition, donc $12 + 2 = 14$. ⚠ On ne calcule pas $4 + 2 = 6$ puis 3×6 : ce serait ignorer les priorités.

4. Explique pourquoi $3x + 2x$ peut se réduire en $5x$, mais pas $3x + 2$.

Correction :

$3x$ et $2x$ sont des termes SEMBLABLES : ce sont des paquets du même objet x . Trois paquets plus deux paquets font cinq paquets, donc $5x$. Dans $3x + 2$, en revanche, le 2 n'est pas un paquet de x — c'est un nombre seul. On ne peut pas additionner des choses de natures différentes, exactement comme on n'additionne pas trois sacs et deux pièces.