

Fréquences observées et probabilité — cours de maths 4e

Une probabilité se calcule avant l'expérience ; une fréquence se mesure après. Les deux ne tombent presque jamais juste l'une sur l'autre, et c'est normal. Ce chapitre apprend à lire cet écart — quand il ne veut rien dire, et quand il accuse.

LE MOT DE 4E

Fréquence : le nombre de succès divisé par le nombre d'essais

LA RÈGLE

Plus on répète, plus la fréquence approche la probabilité

LA QUESTION À POSER

SUR COMBIEN d'essais ? — sans elle, un pourcentage ne dit rien

À quoi ça sert : Fréquences observées et probabilité

C'est le chapitre qui apprend à lire les chiffres qu'on nous montre. Un sondage annonce 62 % — sur combien de personnes ? Un médicament « guérit 8 malades sur 10 » — huit sur dix, ou huit cents sur mille ? À La Réunion, un article du Quotidien peut annoncer que 73 % des habitants utilisent l'IA : le chiffre ne vaut que par la taille de l'échantillon interrogé, et c'est la première question à poser. Les assureurs, eux, vivent de cette propriété : ils ne savent rien de votre année, mais sur cent mille contrats la fréquence des sinistres est d'une régularité remarquable.

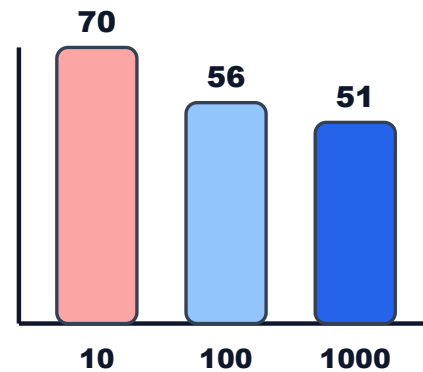
Un peu d'histoire : Fréquences observées et probabilité

Que la fréquence se rapproche de la probabilité quand on répète est un fait d'expérience très ancien, mais il a fallu attendre Jacques Bernoulli pour le démontrer : son « Ars Conjectandi », publié en 1713 après sa mort, contient ce qu'on appelle depuis la loi des grands nombres. Bernoulli y travailla vingt ans, et il mesurait bien ce qu'il apportait : sans elle, on ne pouvait pas justifier qu'observer serve à estimer. Un siècle et demi plus tard, le statisticien Karl Pearson lança une pièce 24 000 fois pour vérifier — il obtint 12 012 « pile », soit 50,05 %.

Définition : Fréquences observées et probabilité

La **PROBABILITÉ** d'un événement se calcule avant l'expérience : avec un dé équilibré, elle vaut $\frac{1}{6}$ pour chaque face. La **FRÉQUENCE** observée se mesure après : c'est le nombre de fois où l'événement s'est

produit, divisé par le nombre total d'essais. Les deux sont des nombres compris entre 0 et 1, ce qui permet de les comparer — mais elles ne disent pas la même chose, et elles ne coïncident presque jamais exactement.

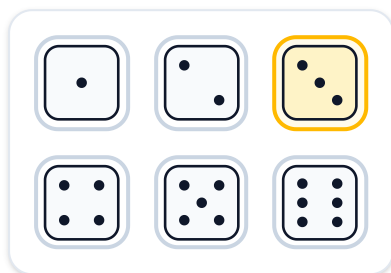


La fréquence de « pile » après 10, 100 puis 1 000 lancers. La pièce n'a pas changé — c'est notre mesure qui devient fiable.

Propriétés : Fréquences observées et probabilité

Une fréquence n'est pas un effectif

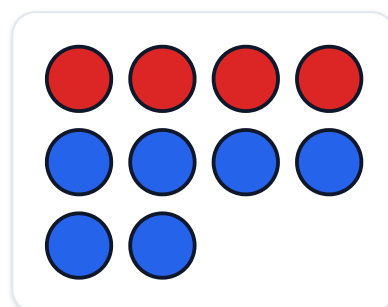
L'EFFECTIF compte : « le 3 est sorti 12 fois ». La FRÉQUENCE rapporte ce comptage au total : $12 \div 60 = 0,2$, soit 20 %. Douze tout seul ne dit rien tant qu'on ignore sur combien de lancers — et c'est déjà la question centrale du chapitre.



12 sorties du 3 sur 60 lancers, c'est 20 %

On rapporte au TOTAL, jamais à l'autre part

Un sac de 4 billes rouges et 6 bleues : la fréquence des rouges vaut $\frac{4}{10} = 40\%$, et non $\frac{4}{6}$. Rapporter une part à l'autre donne un RATIO — c'est une autre notion, et une autre réponse.



4 rouges sur 10 billes : 40 %, pas 4 contre 6

L'écart est normal, il ne prouve rien

Une probabilité annonce ce qui se passe EN MOYENNE sur un grand nombre d'essais, jamais ce qui se passera exactement. Sur 60 lancers d'un dé équilibré, on attend 10 sorties du 3 ; en observer 12 n'a rien d'anormal, et n'autorise aucune conclusion.

Données		sur lan
	attendu	10
	observé	12
	écart	lan

un écart de 2 ne dit rien

Plus on répète, plus l'écart se réduit

C'est la propriété centrale : la fréquence observée se rapproche de la probabilité quand le nombre

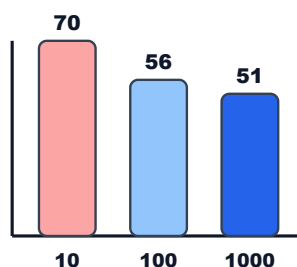
Deux erreurs opposées, fausses toutes les deux

Léa obtient 11 « pile » sur 20 et conclut : « la probabilité n'est donc

Ce qu'un petit échantillon ne prouve pas

7 « pile » sur 10, c'est 70 % : tout le monde crie au truquage. Or cela

d'essais grandit. ⚠ Attention au sens : la pièce ne change pas et ne « se rattrape » pas. C'est notre MESURE qui devient fiable — le hasard ne se corrige pas, il se moyenne.



l'écart à 50 % passe de 20 points à 1

pas $\frac{1}{2}$ ». Malik conclut : « il faut continuer jusqu'à tomber sur exactement la moitié ». Léa déduit du hasard que le calcul est faux ; Malik attend du hasard qu'il se corrige. Les deux se trompent, en sens contraire.

Données	l'erreur	ce
	exiger	l'ex do
	accuser	el do do

symétriques, et fausses toutes les deux

arrive environ une fois sur huit avec une pièce parfaitement équilibrée. 700 « pile » sur 1 000, c'est le même pourcentage — et cela n'arriverait pratiquement jamais. ★ C'est la TAILLE DE L'ÉCHANTILLON qui décide de ce qu'on a le droit de conclure.

Données	série	e
	A	
	B	
	conclusion	

même pourcentage, deux poids opposés

La formule : Fréquences observées et probabilité

POUR UN ÉVÉNEMENT OBSERVÉ SUR UN ENSEMBLE D'ESSAIS

fréquence = nombre de succès ÷ nombre d'essais

Un nombre entre 0 et 1, comme une probabilité — c'est ce qui permet de les comparer. Mais la probabilité se calcule AVANT, la fréquence se mesure APRÈS, et l'écart entre les deux ne se juge jamais sans connaître le nombre d'essais.

Données	série	essais	fréquence
	A	10	70 %
	B	1 000	70 %
	conclusion		seule B accuse

même pourcentage, deux poids opposés

Méthode : Fréquences observées et probabilité

1. Calculer une fréquence

2. Comparer à la probabilité

3. Décider si un écart accuse

On compte les succès, on compte le total des essais, on divise. Le résultat se convertit en pourcentage en multipliant par 100. ⚠ Le total est celui des ESSAIS, pas celui des autres résultats.

On écrit les deux dans la même unité — le pourcentage est le plus commode — puis on regarde l'écart. On ne cherche jamais l'égalité : on cherche si l'écart est petit ou grand AU REGARD du nombre d'essais.

Données	on compare	
	probabilité 1/6	
	observé 12/60	
	écart	p

même unité, puis on regarde l'écart

Deux choses à regarder, jamais une seule : la TAILLE de l'écart, et le NOMBRE d'essais. Un gros écart sur dix essais ne prouve rien. Un petit écart sur dix mille peut suffire. C'est la conjonction des deux qui autorise le soupçon.

Données	écart	essais
	grand	10
	grand	1 000
	petit	10

il faut les deux ensemble

4. Estimer une probabilité qu'on ne sait pas calculer

Un dé se calcule, une punaise se mesure. Quand les issues ne sont pas équiprobables, aucun calcul n'est possible : on répète l'expérience un grand nombre de fois, et on prend la fréquence obtenue comme estimation. ★

C'est l'usage le plus important de la notion — celui qui sert aux sondages, aux assurances et à la médecine.

Selon ce que l'on cherche : Fréquences observées et probabilité

On veut vérifier un calcul de probabilité

On soupçonne un dé ou une pièce

On ne peut pas calculer la probabilité

On répète l'expérience et on compare. ⚠️ Un écart n'invalide rien : il faut beaucoup d'essais pour qu'il devienne un argument.

On lance BEAUCOUP, et on regarde l'écart au regard du nombre de lancers. Dix lancers ne permettront jamais de conclure.

Punaise, bouchon, dé pipé, panne d'une machine : on estime par la fréquence, sur un grand nombre d'essais.

On lit un pourcentage dans la presse

On cherche l'effectif avant de croire le chiffre. « 70 % » sur quinze personnes et sur quinze mille ne sont pas la même information.

Exemples corrigés : Fréquences observées et probabilité

La fréquence du 3

On lance un dé 60 fois. Le 3 sort 12 fois.

Quelle est la fréquence observée du 3, et que vaut-elle face à la probabilité ?

Données		valeur
	effectif	12
	fréquence	$12 \div 60 = 20 \%$
	probabilité	$1/6 \approx 16,7 \%$

La fréquence vaut $12 \div 60 = 0,2$, soit 20 %. La probabilité d'une face d'un dé équilibré vaut $\frac{1}{6}$, soit environ 16,7 %. L'écart est de 3,3 points, ce qui représente 2 sorties de plus que les 10 attendues. ⚠️ Cela ne prouve rien du tout : sur 60 lancers, un écart de deux sorties est ordinaire. Il faudrait des centaines de lancers pour qu'un tel écart devienne un argument.

Sept « pile » sur dix

On lance une pièce 10 fois et on obtient 7 « pile ».

Peut-on conclure qu'elle est truquée ?

Données	série	essais	fréquence
	A	10	70 %
	B	1 000	70 %
	conclusion		seule accu

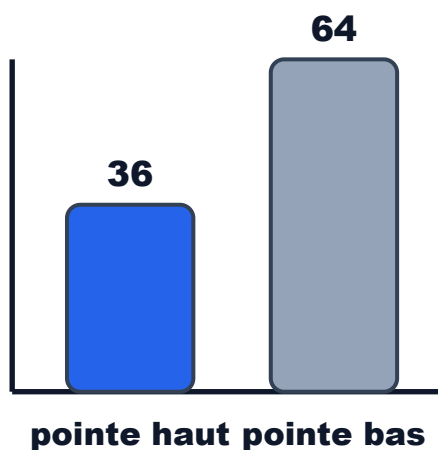
même pourcentage, deux poids opposés

Non. La fréquence vaut 70 %, contre 50 % attendus — l'écart paraît énorme, et pourtant il ne prouve rien. Obtenir 7 « pile » sur 10 avec une pièce parfaitement équilibrée arrive environ une fois sur huit : c'est courant. En revanche, obtenir 700 « pile » sur 1 000 — le même pourcentage — n'arriverait pratiquement jamais. ★ Le pourcentage est identique, la conclusion est opposée. C'est le nombre d'essais qui fait toute la différence.

La punaise

On lance une punaise 500 fois ; elle retombe pointe en haut 180 fois.

Quelle est la probabilité qu'elle retombe pointe en haut ?



Ici, aucun calcul n'est possible : les deux positions ne sont pas équiprobables, et rien dans la forme de la punaise ne permet de prévoir. On ne peut qu'ESTIMER. La fréquence observée vaut $180 \div 500 = 0,36$, soit 36 %. On prend cette valeur comme estimation de la probabilité. ★ C'est l'usage le plus important du chapitre : quand on ne peut pas calculer, on mesure — et c'est la répétition qui remplace le calcul.

Pièges à éviter : Fréquences observées et probabilité

Confondre l'effectif et la fréquence. « Le 3 est sorti 12 fois » est un comptage ; la fréquence rapporte ce comptage au nombre d'essais.

Rapporter une part à l'autre au lieu du total. Sur 4 rouges et 6 bleues, la fréquence des rouges vaut $\frac{4}{10}$, pas $\frac{4}{6}$.

Exiger que l'expérience donne le résultat calculé. Une probabilité de $\frac{1}{2}$ ne promet pas 5 « pile » sur 10.

En déduire que le calcul est faux quand l'expérience s'en écarte. C'est l'erreur inverse de la précédente, et elle est aussi fausse.

Croire que le hasard se rattrape. Après cinq « face », « pile » n'est pas plus probable : le hasard ne se corrige pas, il se moyenne.

Juger un pourcentage sans son effectif. 70 % sur 10 essais et 70 % sur 1 000 ne disent pas la même chose — et c'est vrai des sondages aussi.

À retenir : Fréquences observées et probabilité

Fréquence observée = nombre de succès ÷ nombre d'essais. C'est un nombre entre 0 et 1, comme une probabilité.

La probabilité se calcule AVANT l'expérience ; la fréquence se mesure APRÈS.

Les deux ne coïncident presque jamais exactement, et c'est NORMAL.

Plus le nombre d'essais grandit, plus la fréquence se rapproche de la probabilité.

La pièce ne se rattrape pas : c'est la mesure qui devient fiable, pas le hasard qui se corrige.

Avant de juger un écart, toujours demander : SUR COMBIEN D'ESSAIS ?

Quand on ne peut pas calculer une probabilité, on l'estime en répétant beaucoup l'expérience.

Exercices corrigés : Fréquences observées et probabilité

1. Sur 200 lancers d'un dé, le 5 sort 28 fois. Quelle est sa fréquence, en pourcentage ?

Correction :

$$28 \div 200 = 0,14, \text{ soit } 14 \, \%.$$

2. Un sac contient 3 billes vertes et 9 jaunes. On les tire toutes. Quelle est la fréquence des vertes ?

Correction :

Le total vaut $3 + 9 = 12$ billes. La fréquence des vertes est $3 \div 12 = 0,25$, soit 25 %. ⚠ $\frac{3}{9}$ comparerait les vertes aux JAUNES : c'est un ratio, pas une fréquence.

3. La probabilité d'une face d'un dé vaut $\frac{1}{6}$. Sur 120 lancers, on attend combien de sorties du 2 ? Et si on en observe 25, faut-il s'inquiéter ?

Correction :

On en attend $120 \div 6 = 20$. En observer 25 fait un écart de 5 sorties sur 120 lancers — c'est ordinaire, et cela n'autorise aucune conclusion.

4. Un élève lance une pièce et note : 80 % de « pile » après 10 lancers, 58 % après 100, 51 % après 1 000. Que constate-t-il ?

Correction :

La fréquence se rapproche de 50 % : l'écart passe de 30 points à 8, puis à 1. ⚠ La pièce n'a pas changé — c'est la mesure qui devient fiable.

5. Deux séries donnent 65 % de « pile » : l'une sur 20 lancers, l'autre sur 2 000. Laquelle permet de soupçonner la pièce ?

Correction :

Celle de 2 000 lancers. Sur 20 lancers, 65 % font 13 « pile » — trois de plus que prévu, le hasard suffit. Sur 2 000, cela fait 300 de trop : le hasard n'y suffit plus.

6. Un élève interroge 12 camarades et annonce : « 75 % des collégiens aiment les maths ». Quelle est la faiblesse principale ?

Correction :

L'échantillon est bien trop petit : 75 % de 12 personnes, ce sont 9 réponses, et une seule de plus ou de moins change le résultat de 8 points. ⚠ Il y a une seconde faiblesse, distincte : interroger ses camarades n'est pas interroger « les collégiens ».

7. Sur 1 200 lancers d'un dé, le 6 sort 340 fois au lieu des 200 attendus. Peut-on soupçonner le dé ?

Correction :

Oui. La fréquence observée vaut environ 28 % contre 16,7 % attendus, soit 140 sorties de trop sur 1 200 lancers. Le même écart sur 12 lancers ne prouverait rien : c'est la conjonction de l'écart ET du nombre d'essais qui autorise le soupçon.

8. Comment estimer la probabilité qu'un bouchon de liège lancé en l'air retombe sur le côté ?

Correction :

On ne peut pas la calculer : les positions ne sont pas équiprobables. On lance donc le bouchon un grand nombre de fois, on compte les fois où il retombe sur le côté, et on prend la fréquence obtenue comme estimation.