

La géométrie dans l'espace

cours et exercices corrigés de maths 3e

Un solide a trois dimensions, une feuille n'en a que deux : tout dessin de solide est donc un mensonge utile. La perspective cavalière est le code qui règle ce mensonge — elle décide de ce qu'on déforme et de ce qu'on conserve. Savoir la lire, c'est retrouver le vrai solide derrière le dessin.

PRÉREQUIS

Solides usuels, faces, arêtes, sommets

L'IDÉE CLÉ

Le dessin déforme, mais suivant des règles

OUTIL

Compter ce qu'on ne voit pas

À quoi ça sert : la géométrie dans l'espace

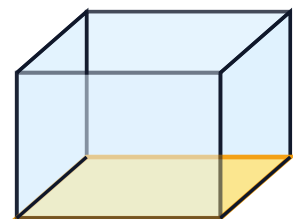
La perspective cavalière est le dessin technique du collège : c'est ainsi qu'on représente une pièce à usiner, un meuble à monter, une charpente. Sa force est justement de conserver les parallèles et les rapports de longueur sur chaque direction, ce qui permet de LIRE des mesures — contrairement à la perspective d'un peintre, où les fuyantes convergent et où plus rien ne se mesure. Une notice de montage en est presque toujours faite.

Un peu d'histoire : la géométrie dans l'espace

Son nom vient des fortifications : le « cavalier » était un remblai surélevé d'où l'on dominait le champ de bataille, et les ingénieurs militaires dessinaient les places fortes vues de ce point haut. La méthode s'est imposée parce qu'elle est rapide et mesurable. La perspective à points de fuite, elle, naît chez les peintres italiens du XVe siècle : plus réaliste, mais inutilisable pour construire.

Définition : la géométrie dans l'espace

La perspective cavalière est la façon habituelle de représenter un solide sur une feuille. Elle suit trois règles : les arêtes cachées se dessinent en POINTILLÉS, deux arêtes parallèles dans la réalité restent parallèles sur le dessin, et les arêtes qui fuient vers l'arrière sont raccourcies par un même coefficient. C'est pourquoi une face carrée vue de



un cube : 6 faces, 12 arêtes, 8 sommets
— vues ou non

biais est dessinée comme un parallélogramme :
elle reste un carré dans la réalité.

Le cube a 6 faces, 12 arêtes et 8 sommets —
visibles et cachés compris. Le dessin n'en
montre qu'une partie.

Propriétés : la géométrie dans l'espace

Compter ce que le dessin cache

Un cube possède 6 faces, 12 arêtes et 8 sommets, qu'on les voie ou non. La représentation classique en cache trois arêtes : les compter sur le dessin donne toujours un résultat trop petit. C'est la question la plus fréquente du chapitre.

cube	nombre
faces	6
arêtes	12
sommets	8
arêtes cachées	3

visibles ET cachées

Les arêtes cachées sont en pointillés

C'est la première règle du code, et elle porte toute l'information : le trait plein dit « je vois cette arête », le pointillé dit « elle existe, mais elle est derrière ». Un dessin sans pointillés est ambigu — on ne sait plus quelle face est devant.

le trait	ce qu'il dit
plein	je vois cette arête
pointillé	elle existe, mais derrière

le code du dessin technique

Un parallélogramme sur le dessin, un carré en vrai

C'est le piège central. Les faces latérales d'un cube sont dessinées comme des parallélogrammes, parce qu'elles sont vues de biais. En RÉALITÉ ce sont des carrés, tous identiques. Le dessin déforme l'angle et la longueur, jamais la nature de la face.

sur le dessin	réalité
un parallélogramme	carré
deux longueurs différentes	deux arêtes égales

on ne mesure jamais sur la perspective

Les parallèles restent parallèles

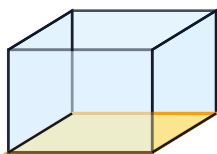
C'est la règle qui sauve. La perspective cavalière déforme beaucoup, mais elle conserve le parallélisme : deux arêtes parallèles dans le solide sont représentées par deux droites parallèles. C'est ce qui permet de reconstituer la figure et de repérer les faces opposées.

Les fuyantes sont raccourcies

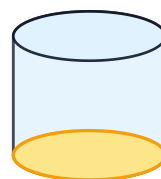
Les arêtes qui partent vers l'arrière sont dessinées plus courtes qu'elles ne sont, toutes réduites par le MÊME coefficient. C'est ce raccourcissement qui donne l'impression de profondeur — et c'est aussi pourquoi une longueur ne se mesure jamais à la règle sur un dessin en perspective.

Chaque solide a sa signature

Deux bases circulaires identiques reliées par une surface courbe : un cylindre. Une base circulaire et un sommet pointu : un cône. Aucune face plane, aucune arête : une boule. Une base carrée et un sommet : une pyramide. Toutes les faces rectangulaires : un pavé droit.



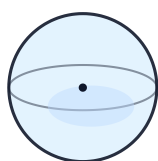
les arêtes opposées restent parallèles



deux bases identiques, une surface courbe

La boule est le seul sans arête

Elle n'a ni face plane, ni arête, ni sommet : c'est ce qui la distingue de tous les autres. C'est aussi la raison pour laquelle elle n'a pas de patron — on ne peut pas l'aplatir sans la déformer, ce qui rend fausse toute carte du monde.



aucune arête, aucun sommet, aucun patron

Une section se regarde à part

Couper un solide par un plan donne une figure plane, dont la forme dépend de la coupe : un cube coupé parallèlement à une face donne un carré, un cylindre coupé selon son axe un rectangle. C'est le sujet de la fiche « Les sections planes de solides », où chaque cas est dessiné.

coupe	section
cube // face	un carré
cylindre // bases	un disque
cylindre selon l'axe	un rectangle
pyramide // base	un carré plus petit

le détail est dans la fiche des sections

La formule : la géométrie dans l'espace

LES TROIS RÈGLES DE LA PERSPECTIVE CAVALIÈRE

cachées →
pointillés parallèles →
parallèles fuyantes →
réduites

Ce qui est conservé : le parallélisme, et le rapport entre longueurs d'une même direction. Ce qui ne l'est pas : les angles, et les longueurs des fuyantes.

conservé	déformé
le parallélisme	les angles
les faces cachées, en pointillés	les longueurs qui fuient

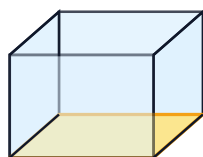
Méthode : la géométrie dans l'espace

1. Lire les pointillés d'abord

Ils disent ce qui est derrière. En les repérant, on reconstitue mentalement le solide entier, faces cachées comprises — ce qui est indispensable pour compter.

2. Compter sur le solide, pas sur le dessin

Pour donner un nombre de faces, d'arêtes ou de sommets, on se rappelle le solide, on ne compte pas les traits visibles. Un cube a 12 arêtes, même si le dessin n'en montre que 9.



9 traits pleins, mais 12 arêtes

3. Ne jamais mesurer sur la perspective

Les fuyantes sont raccourcies : la règle posée sur le dessin donne une longueur fausse. On travaille sur les dimensions données par l'énoncé, ou sur une figure redessinée à plat.

4. Reconnaître le solide à sa signature

On cherche les bases : combien, de quelle forme, et y a-t-il un sommet ?
Deux bases circulaires donnent un cylindre, une base et un sommet un

cône ou une pyramide selon que la base est ronde ou polygonale.

Selon ce que l'on cherche : la géométrie dans l'espace

On demande un nombre d'arêtes ou de faces

On répond d'après le solide, visibles et cachées comprises — jamais en comptant les traits du dessin.

On demande la nature réelle d'une face

Un parallélogramme sur le dessin est le plus souvent un carré ou un rectangle en réalité. Le dessin déforme les angles.

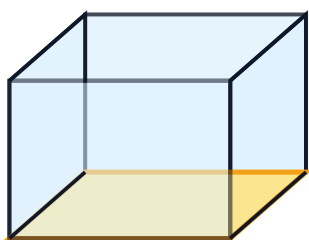
On demande la forme d'une section

On identifie le solide et l'orientation du plan : c'est le sujet de la fiche des sections planes.

Exemples corrigés : la géométrie dans l'espace

Compter les arêtes d'un cube

La représentation en perspective cavalière d'un cube.
Combien d'arêtes possède-t-il au total ?



12 arêtes en tout, 3 sont derrière

12. Le dessin n'en montre que 9 en trait plein : les 3 autres sont cachées et dessinées en pointillés. On répond d'après le solide, pas d'après ce qu'on voit.

La nature d'une face latérale

Sur le dessin d'un cube, une face latérale ressemble à un parallélogramme.

Quelle est sa nature réelle ?

C'est un carré. Toutes les faces d'un cube sont des carrés identiques ; c'est la perspective qui incline les angles et raccourcit les fuyantes. Le dessin déforme, il ne change pas la nature de la face.

Reconnaitre un solide

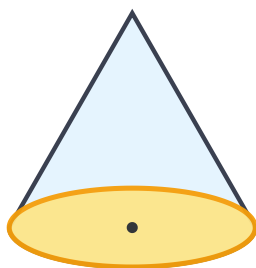
Un solide possède deux bases circulaires identiques, reliées par une surface courbe.

De quel solide s'agit-il ?

Une boîte à chaussures

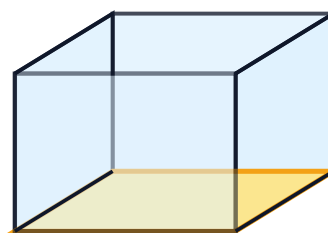
Un solide dont toutes les faces sont des rectangles.

Comment s'appelle-t-il ?



une base et un sommet : le cône, pas le cylindre

D'un cylindre. Une seule base circulaire avec un sommet pointu donnerait un cône ; aucune face plane ni arête donnerait une boule.



six faces rectangulaires

Un pavé droit. Il a 6 faces, 12 arêtes et 8 sommets, comme le cube — dont il est le cas général : le cube est le pavé droit dont toutes les arêtes sont égales.

Pièges à éviter : la géométrie dans l'espace

Compter les arêtes visibles sur le dessin : un cube en a 12, dont 3 cachées.

Croire qu'une face dessinée en parallélogramme est un parallélogramme : c'est un carré ou un rectangle vu de biais.

Mesurer une longueur à la règle sur une perspective : les fuyantes sont raccourcies.

Oublier que le parallélisme, lui, est conservé : c'est la seule chose sur laquelle on peut s'appuyer.

Confondre cône et cylindre : le cône a UNE base et un sommet, le cylindre DEUX bases.

Chercher un patron à la boule : elle n'en a pas, et c'est pourquoi toute carte du monde est fausse.

À retenir : la géométrie dans l'espace

Les arêtes cachées se dessinent en pointillés.

Le parallélisme est conservé ; les angles et les longueurs des fuyantes ne le sont pas.

Une face dessinée en parallélogramme est en réalité un carré ou un rectangle.

Le cube a 6 faces, 12 arêtes, 8 sommets — dont 3 arêtes cachées sur la représentation classique.

La boule n'a ni face plane, ni arête, ni sommet, ni patron.

On ne mesure jamais sur un dessin en perspective.

Exercices corrigés : la géométrie dans l'espace

1. Comment dessine-t-on les arêtes cachées en perspective cavalière ?

Correction :

En pointillés. C'est ce qui permet de savoir quelle face est devant et laquelle est derrière.

2. Combien d'arêtes sont habituellement cachées dans la représentation d'un cube ?

Correction :

Trois. Les 9 autres sont visibles, pour un total de 12.

3. Sur le dessin d'un cube, une face latérale ressemble à un parallélogramme. Qu'est-ce en réalité ?

Correction :

Un carré. Toutes les faces d'un cube sont des carrés ; c'est la perspective qui les incline.

4. En perspective cavalière, comment sont représentées deux arêtes parallèles dans la réalité ?

Correction :

Par deux droites parallèles. Le parallélisme est la propriété que cette perspective conserve.

5. Quel solide n'a aucune face plane ni aucune arête ?

Correction :

La boule. C'est aussi le seul qui n'a pas de patron : on ne peut pas l'aplatir sans la déformer.

6. Combien de sommets possède un pavé droit ?

Correction :

Huit, comme le cube — le cube étant le pavé droit dont toutes les arêtes sont égales.