

Multiples, diviseurs et divisibilité

Un multiple, c'est un nombre de jetons qui se range en rectangle plein. Reconnaître ces nombres au premier regard, sans poser la division : c'est tout l'objet des critères de divisibilité.

MOTS CLÉS

Multiple, diviseur, reste, critère

LE SECRET

La division tombe juste : le reste vaut 0

OUTIL

Le dernier chiffre, ou la somme des chiffres

À quoi ça sert ?

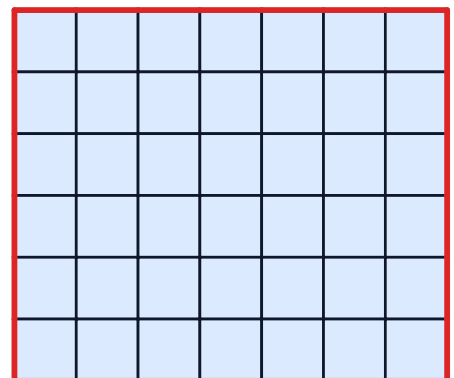
Les diviseurs servent dès qu'il faut partager sans casser : répartir 24 élèves en équipes égales, ranger des chaises en rangées complètes, découper une plaque de gâteau en parts identiques. Un nombre premier de convives, et il restera toujours quelqu'un à part.

Un peu d'histoire

Le crible d'Ératosthène, imaginé il y a plus de 2200 ans à Alexandrie, cherchait déjà les nombres qui n'ont aucun diviseur en dehors de 1 et d'eux-mêmes : les nombres premiers. Aujourd'hui, ce sont eux qui protègent les paiements sur Internet.

Définition : Multiples, diviseurs et divisibilité

Un nombre a est un multiple d'un nombre b lorsque la division de a par b tombe juste, c'est-à-dire que son reste vaut 0. On dit alors aussi que b est un diviseur de a . Puisque $7 \times 6 = 42$, le nombre 42 est un multiple de 7 (et de 6), et 7 est un diviseur de 42.

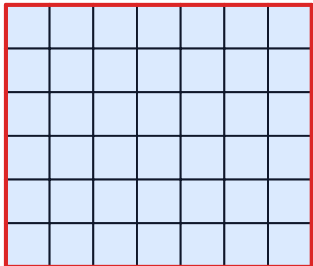


42 cases rangées en 6 lignes de 7, sans qu'il en reste une seule : voilà pourquoi 42 est un multiple de 7.

Propriétés : Multiples, diviseurs et divisibilité

Multiple et diviseur

Deux mots pour la même égalité :
 $42 = 7 \times 6$, donc 42 est un multiple de 7 et 7 un diviseur de 42.



Par 2, 5 et 10

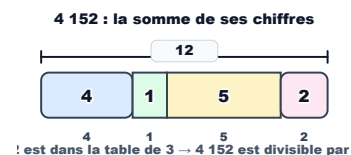
Seul le dernier chiffre décide, quelle que soit la taille du nombre.

Le dernier chiffre suffit

Données	Divisible par
2	0, 2, 4, 6 ou 8
5	0 ou 5
10	0

Par 3 et 9

On additionne les chiffres : si la somme est dans la table de 3 (ou de 9), le nombre l'est aussi.



Lister les diviseurs

On cherche par paires, à partir de 1, jusqu'à ce que les deux nombres se croisent.

Les diviseurs de 24, par paires

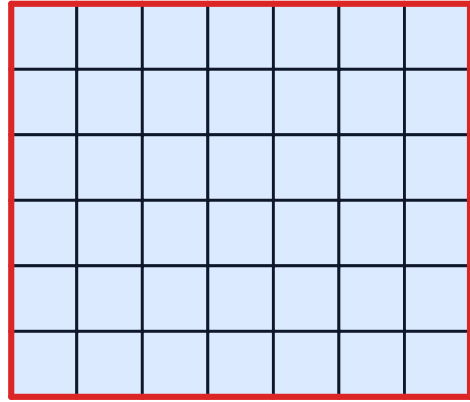
Données	On multiplie
1	24
2	12
3	8
4	6

La formule

MULTIPLE ET DIVISEUR

$$a = b \times k$$

S'il existe un entier k tel que $a = b \times k$, alors a est un multiple de b , et b est un diviseur de a . Exemple : $42 = 7 \times 6$.



Méthode : Multiples, diviseurs et divisibilité

1. Je regarde le dernier chiffre

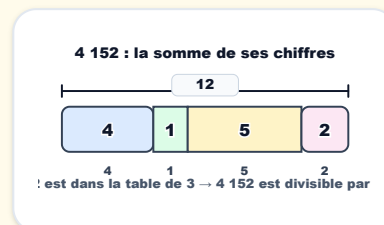
Il répond tout de suite pour 2, 5 et 10.

Le dernier chiffre suffit

Données	Divisible par
2	0, 2, 4, 6 ou 8
5	0 ou 5
10	0

2. J'additionne les chiffres

Pour 3 et 9, c'est cette somme qu'il faut regarder, pas le nombre lui-même.



3. Je cherche par paires

1 et le nombre, 2 et sa moitié... jusqu'à ce que les deux se rejoignent.

Les diviseurs de 24, par paires

Données	On multiplie
1	24
2	12
3	8
4	6

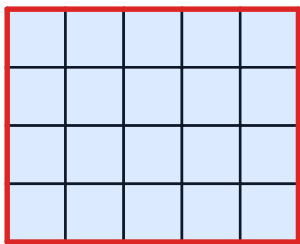
Selon ce que l'on cherche

Reconnaître un multiple

Trancher sans calculer

Partager en parts égales

La division tombe juste : les jetons forment un rectangle plein.



Les critères répondent au premier regard, sans poser la division.

Le dernier chiffre suffit

Données	Divisible par
2	0, 2, 4, 6 ou 8
5	0 ou 5
10	0

Les diviseurs d'un nombre sont toutes les façons de le partager sans reste.

Les diviseurs de 24, par paires

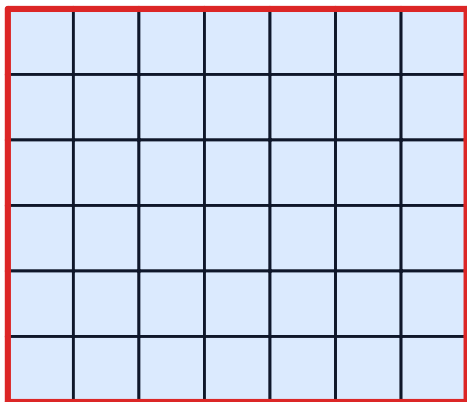
Données	On multiplie
1	24
2	12
3	8
4	6

Exemples corrigés

Multiple ou diviseur ?

On sait que $7 \times 6 = 42$.

Que peut-on dire de 42 et de 7 ?



42 est un multiple de 7 (et de 6), et 7 est un diviseur de 42. Les 42 cases se rangent en 6 lignes de 7 sans reste.

Le nombre 375

Le nombre 375.

Est-il divisible par 2 ? par 5 ?

Le dernier chiffre suffit

Données	Divisible par	si le nombre se termine par
2	0, 2, 4, 6 ou 8	
5	0 ou 5	
10	0	

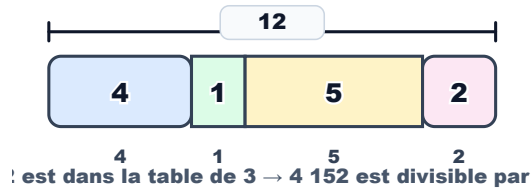
Il se termine par 5 : il n'est donc PAS divisible par 2 (il faudrait 0, 2, 4, 6 ou 8), mais il est divisible par 5.

Le nombre 4 152

Le nombre 4 152.

Est-il divisible par 3 ? Sans poser la division.

4 152 : la somme de ses chiffres



J'additionne les chiffres : $4 + 1 + 5 + 2 = 12$. Or 12 est dans la table de 3, donc 4 152 est divisible par 3. (12 n'est pas dans la table de 9 : il n'est donc pas divisible par 9.)

Tous les diviseurs de 24

Le nombre 24.

Quels sont tous ses diviseurs ?

Les diviseurs de 24, par paires

Données	On multiplie	... par	e ok
1	24	24	
2	12	24	
3	8	24	
4	6	24	

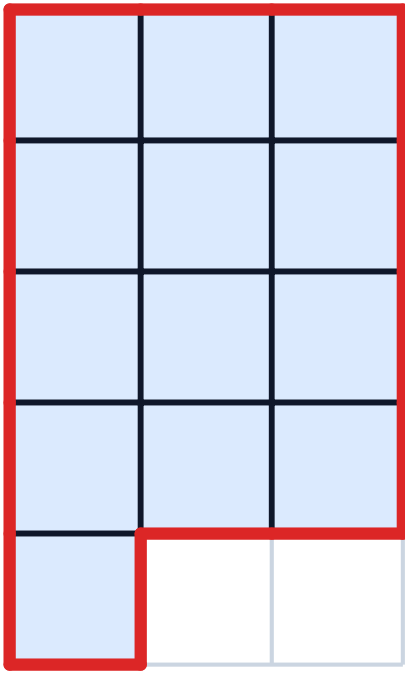
Je cherche par paires : 1×24 , 2×12 , 3×8 , 4×6 .

Après 4, les nombres se croisent. Les diviseurs de 24 sont donc 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24.

Le piège du 13

Le nombre 13, qui se termine par 3.

Est-il divisible par 3 ?



Non. Le dernier chiffre ne dit rien pour 3 : il faut additionner les chiffres, et $1 + 3 = 4$, qui n'est pas dans la table de 3. Sur le dessin, la dernière ligne reste incomplète : il reste 1.

Pièges à éviter

Regarder le dernier chiffre pour la divisibilité par 3 : 13 se termine par 3 et n'est PAS divisible par 3 ($1 + 3 = 4$).

Confondre multiple et diviseur : 42 est un multiple de 7, et 7 est un diviseur de 42.

Oublier que tout nombre est divisible par 1 et par lui-même.

À retenir

a est un multiple de b quand la division $a \div b$ tombe juste (reste 0) ; b est alors un diviseur de a.

Par 2, 5 ou 10 : seul le dernier chiffre décide.

Par 3 ou 9 : on additionne les chiffres, et on regarde cette somme.

Exercices corrigés : Multiples, diviseurs et divisibilité

1. Zéro est-il un multiple de 7 ?

Correction :

Oui : $0 = 7 \times 0$, et la division $0 \div 7$ tombe juste. Zéro est un multiple de tous les nombres.

2. Quel nombre est un diviseur de TOUS les nombres entiers ?

Correction :

Le nombre 1 : tout nombre a s'écrit $a = 1 \times a$.

3. Un nombre se termine par 0. Par lesquels est-il forcément divisible ?

Correction :

Par 2, par 5 et par 10 à la fois — c'est le seul dernier chiffre qui réunit les trois critères.

4. Le nombre 738 est-il divisible par 9 ?

Correction :

$7 + 3 + 8 = 18$, qui est dans la table de 9. Donc oui, 738 est divisible par 9 — et par 3 du même coup.

5. Liste tous les diviseurs de 18.

Correction :

Par paires : 1×18 , 2×9 , 3×6 . Les diviseurs sont 1, 2, 3, 6, 9 et 18.