

Les opérations sur les nombres relatifs

Additionner ou soustraire des relatifs, c'est se déplacer sur la droite graduée : ajouter fait avancer vers la droite, enlever fait reculer vers la gauche.

MOTS CLÉS

Signe, distance à 0, opposé, somme, différence

LE SECRET

Regarder les signes AVANT de calculer

OUTIL

La droite graduée (0 au centre)

À quoi ça sert ?

On calcule avec des relatifs dès qu'il y a un dessus et un dessous : la température qui baisse la nuit au Piton des Neiges, un plongeur qui remonte puis redescend le long du tombant, un solde bancaire à découvert, des points perdus puis gagnés dans un jeu.

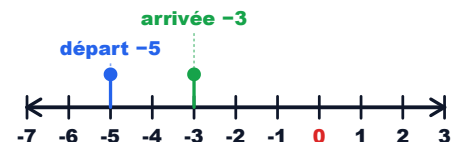
Un peu d'histoire

En Chine, il y a plus de 2 000 ans, on calculait déjà avec des bâtonnets rouges pour les dettes et noirs pour les avoirs. En Inde, vers 628, Brahmagupta écrit les premières règles de signes : « une dette retranchée d'une dette devient un avoir ». En Europe, on s'en méfia encore mille ans — on les appelait des « nombres absurdes ».

Définition : les opérations sur les nombres relatifs

Additionner un nombre relatif, c'est se déplacer sur la droite graduée : vers la droite si on ajoute un positif, vers la gauche si on ajoute un négatif.

Soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé — donc se déplacer dans l'autre sens.



$-5 + 2$: je pars de -5 et j'avance de 2 vers la droite. J'arrive à -3 .

Propriétés : les opérations sur les nombres relatifs

Mêmes signes

Signes différents

Soustraire, c'est ajouter l'opposé

Deux pertes s'ajoutent : tu perds 4 points, puis encore 3, tu es à -7. J'additionne les distances à 0 et je garde le signe.



Tu marques 7 points puis tu en perds 10 : tu tombes à -3. Je soustrais les distances à 0 et je garde le signe du plus loin de 0.



On t'enlève un malus de 3 points : ton score monte. $4 - (-3) = 4 + 3 = 7$. Deux signes - qui se suivent font +.



Un nombre et son opposé

Tu perds 6 vies puis tu en regagnes 6 : te voilà revenu au départ. $-6 + 6 = 0$, et $a + 0 = a$.

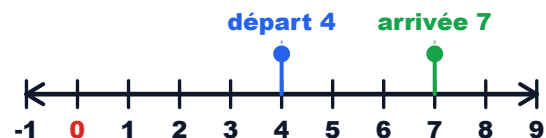


La formule

ENLEVER UN NOMBRE RELATIF

$$a - (-b) = a + b$$

Soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé. Les deux signes - qui se suivent deviennent un +.



Méthode : les opérations sur les nombres relatifs

1. Je transforme

J'enlève les parenthèses : $-(-3)$ devient +3, $+(-3)$ devient -3.

2. Je regarde les signes

Mêmes signes : j'additionne les distances. Signes différents : je les soustrais.

3. Je vérifie sur la droite

Je pars du premier nombre et je me déplace : le résultat doit tomber du bon côté de 0.

Selon ce que l'on cherche

Une baisse → j'ajoute un négatif

« Il fait -2°C et la température perd 3°C » : $-2 + (-3) = -5^{\circ}\text{C}$.

Une hausse → j'ajoute un positif

« Le compte est à -8 € et on verse 5 € » : $-8 + 5 = -3\text{ €}$.

Un écart → je soustrais

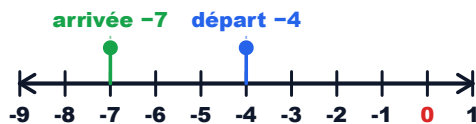
« De combien remonte-t-on de -6 m à -1 m ? » : $-1 - (-6) = -1 + 6 = 5\text{ m}$.

Exemples corrigés

Deux nombres de même signe

$$-4 + (-3).$$

Combien font $-4 + (-3)$?



Les deux sont négatifs : j'additionne les distances à 0 ($4 + 3 = 7$) et je garde le signe $-$. Résultat : -7 . Sur la droite, je pars de -4 et je recule encore de 3.

Deux nombres de signes différents

$$7 + (-10).$$

Combien font $7 + (-10)$?

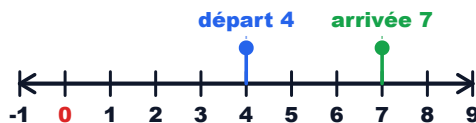


Les signes sont différents : je soustrais les distances à 0 ($10 - 7 = 3$). Le plus loin de 0 est -10 , donc le résultat est négatif. Résultat : -3 .

Enlever un nombre négatif

$$4 - (-3).$$

Combien font $4 - (-3)$?



Soustraire -3 , c'est ajouter son opposé : $4 - (-3) = 4 + 3 = 7$. Enlever une dette, c'est gagner de l'argent.

Un calcul à plusieurs étapes

$$-2 + 5 - 3.$$

Combien font $-2 + 5 - 3$?

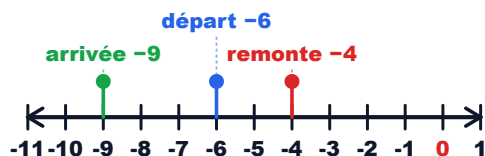


Je calcule de gauche à droite. $-2 + 5 = 3$, puis $3 - 3 = 0$. Résultat : 0. Sur la droite : j'avance de 5, puis je recule de 3, et je retombe sur 0.

Un problème (le plongeur)

À La Réunion, un plongeur est à -6 m. Il remonte de 2 m, puis redescend de 5 m.

À quelle profondeur se trouve-t-il ?



Remonter, c'est ajouter ; redescendre, c'est soustraire : $-6 + 2 - 5$. D'abord $-6 + 2 = -4$, puis $-4 - 5 = -9$. Il est à -9 m, donc à 9 mètres sous la surface.

Pièges à éviter

Additionner les distances à 0 quand les signes sont différents : $-5 + 2$ ne fait pas -7 , mais -3 .

Oublier que deux signes $-$ qui se suivent font $+$: $4 - (-3) = 4 + 3 = 7$, et non 1 .

Changer le signe du résultat au hasard : le résultat garde le signe du nombre le plus loin de 0 .

À retenir

Mêmes signes : j'additionne les distances à 0 et je garde le signe.

Signes différents : je soustrais les distances à 0 et je garde le signe du plus loin de 0 .

Soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé : $a - (-b) = a + b$.

Exercices corrigés : les opérations sur les nombres relatifs

1. Calcule : $-4 + (-3)$.

Correction :

Mêmes signes : $4 + 3 = 7$, et je garde le signe $-$. Résultat : -7 .

2. Calcule : $-5 + 2$.

Correction :

Signes différents : $5 - 2 = 3$. Le plus loin de 0 est -5 , donc le résultat est négatif. Résultat : -3 .

3. Calcule : $-5 - (-2)$.

Correction :

Soustraire -2 , c'est ajouter 2 : $-5 + 2 = -3$. Résultat : -3 .

4. Calcule : $-4 - 3 + 10$.

Correction :

De gauche à droite : $-4 - 3 = -7$, puis $-7 + 10 = 3$. Résultat : 3.

5. Le matin, la température est de -2 °C . Elle baisse encore de 3 °C pendant la nuit. Quelle est la nouvelle température ?

Correction :

Baisser, c'est ajouter un négatif : $-2 + (-3) = -5$. La température est de -5 °C .

6. Le défi : trouve un calcul avec deux relatifs dont le résultat est 4.

Correction :

Par exemple $-2 - (-6)$: soustraire -6 , c'est ajouter 6, donc $-2 + 6 = 4$. Sur la droite, je pars de -2 et j'avance de 6.