

Le parallélogramme

Deux paires de côtés parallèles : voilà tout ce qui définit un parallélogramme. Tout le reste — côtés égaux, angles opposés, diagonales qui se coupent en leur milieu — en découle.

MOTS CLÉS

Côtés parallèles, opposés, diagonales, centre

LE SECRET

Un demi-tour autour du centre le laisse identique

OUTIL

La règle, l'équerre et le compas

À quoi ça sert ?

Le parallélogramme est partout dès qu'une chose penche sans se déformer : un portail à barreaux qu'on ouvre, un escabeau, un cric de voiture, l'ombre d'une fenêtre sur le sol en fin de journée, les losanges d'un grillage.

Un peu d'histoire

Euclide, il y a plus de 2300 ans, démontrait déjà que les côtés opposés d'un parallélogramme sont égaux. Le mot lui-même vient du grec « parallelogrammon » : « aux lignes parallèles ».

Définition : le parallélogramme

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux. Dans ABCD, (AB) est parallèle à (DC) et (AD) est parallèle à (BC). Attention : un quadrilatère qui n'a qu'une seule paire de côtés parallèles est un trapèze, pas un parallélogramme.



Le parallélogramme ABCD : les deux paires de côtés parallèles sont codées par des flèches identiques.

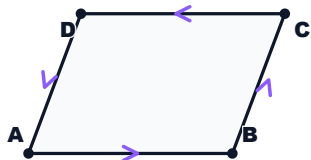
Propriétés : le parallélogramme

Deux paires de côtés parallèles

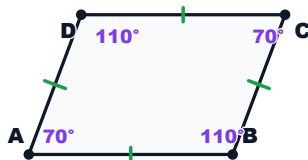
Côtés et angles opposés

Les diagonales

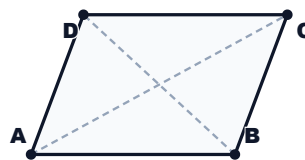
C'est la définition : $(AB) \parallel (DC)$ et $(AD) \parallel (BC)$.



Les côtés opposés sont égaux ; les angles opposés aussi. Deux angles consécutifs font 180° .

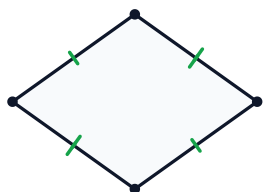


Elles se coupent en leur milieu. Ce point est le centre de symétrie de la figure.



Losange, rectangle, carré

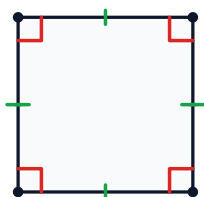
Quatre côtés égaux $\rightarrow$ losange ;
quatre angles droits $\rightarrow$ rectangle ;
les deux $\rightarrow$ carré.



losange : 4 côtés égaux



rectangle : 4 angles droits



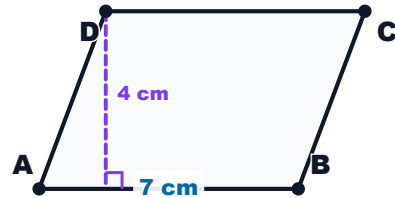
carré : les deux à la fois

La formule

L'AIRE D'UN PARALLÉLOGRAMME

$$\text{aire} = \text{base} \times \text{hauteur}$$

La hauteur est perpendiculaire à la base — jamais le côté oblique. Base 7 cm, hauteur 4 cm $\rightarrow$ 28 cm².



Méthode : le parallélogramme

1. Je trace un côté et un angle

Je pose la base [AB], puis le côté [AD] avec l'angle voulu.



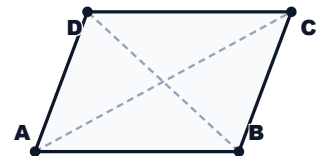
2. Je reporte les longueurs

Le côté opposé a la même longueur : je reporte [AB] depuis D, et [AD] depuis B.



3. Je vérifie par les diagonales

Elles doivent se couper exactement en leur milieu.



Selon ce que l'on cherche

Reconnaître

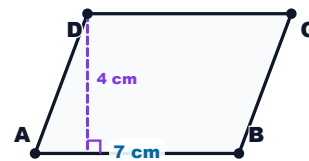
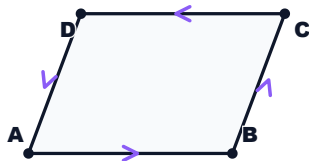
Deux paires de côtés parallèles : si une seule, c'est un trapèze.

Calculer un angle

Les angles opposés sont égaux, les consécutifs font 180°.

Calculer l'aire

Base $\times$ hauteur, avec la hauteur perpendiculaire à la base.

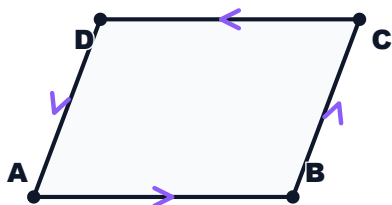


Exemples corrigés

Est-ce un parallélogramme ?

Un quadrilatère dont une seule paire de côtés est parallèle.

Comment s'appelle-t-il ?

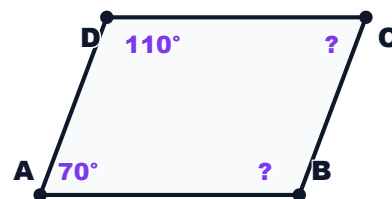


C'est un trapèze, pas un parallélogramme : il en faut DEUX paires. Sur la figure ci-contre, les deux paires sont codées — c'est bien un parallélogramme.

Trouver un angle

Dans le parallélogramme ABCD, l'angle en A mesure 70° .

Combien mesure l'angle en C ? Et l'angle en B ?



A et C sont opposés, donc l'angle en C mesure aussi 70° . A et B sont consécutifs, donc leur somme fait 180° : l'angle en B mesure $180 - 70 = 110^\circ$.

Une diagonale

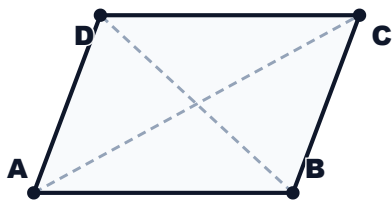
Les diagonales de ABCD se coupent en O, et $AO = 4$ cm.

Combien mesure la diagonale [AC] ?

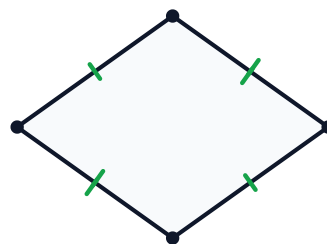
Un cas particulier

Un parallélogramme dont les quatre côtés sont égaux.

Comment s'appelle-t-il ?



O est le milieu de [AC], donc $OC = AO = 4$ cm. La diagonale [AC] mesure $4 + 4 = 8$ cm.



C'est un losange. S'il avait en plus quatre angles droits, ce serait un carré.

Pièges à éviter

Croire que tous les angles d'un parallélogramme sont égaux : ce sont les angles OPPOSÉS qui le sont (70° et 70° , 110° et 110°).

Confondre avec le trapèze : le trapèze n'a qu'UNE paire de côtés parallèles, le parallélogramme en a deux.

Prendre un côté oblique pour la hauteur : la hauteur est perpendiculaire à la base.

À retenir

Un parallélogramme a deux paires de côtés parallèles — c'est sa définition.

Côtés opposés égaux, angles opposés égaux, angles consécutifs de somme 180° .

Les diagonales se coupent en leur milieu : ce point est son centre de symétrie.

Exercices corrigés : le parallélogramme

1. Un quadrilatère n'a qu'une seule paire de côtés parallèles. Comment s'appelle-t-il ?

Correction :

C'est un trapèze : le parallélogramme, lui, a DEUX paires de côtés parallèles.

2. Dans un parallélogramme, l'angle en A mesure 55° . Combien mesurent les trois autres ?

Correction :

L'angle opposé (en C) mesure aussi 55° . Les deux autres sont consécutifs à A : $180 - 55 = 125^\circ$ chacun.

3. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en O, avec $BO = 3$ cm. Combien mesure [BD] ?

Correction :

O est le milieu de [BD] : $OD = 3$ cm, donc $BD = 3 + 3 = 6$ cm.

4. Un carré est-il un parallélogramme ?

Correction :

Oui : ses côtés opposés sont parallèles deux à deux. C'est même un parallélogramme particulier — à la fois losange et rectangle.

5. Un parallélogramme a une base de 9 cm et une hauteur de 5 cm. Quelle est son aire ?

Correction :

aire = base $\times$ hauteur = $9 \times 5 = 45$ cm². (On ne divise pas par 2 : ce n'est pas un triangle.)