

Les périmètres — cours de maths 4e

Le périmètre, c'est la longueur du trajet qu'on parcourt en faisant le tour d'une figure sans jamais couper à travers. On l'obtient en additionnant — et les formules qu'on apprend ne sont que des façons plus rapides d'écrire cette addition. Tout se joue sur un mot : le CONTOUR, et non la surface.

LE MOT CLÉ

Le contour : la longueur du tour

LE GESTE

On additionne les côtés

LA RÈGLE D'OR

Des cm, jamais des cm²

À quoi ça sert : les périmètres

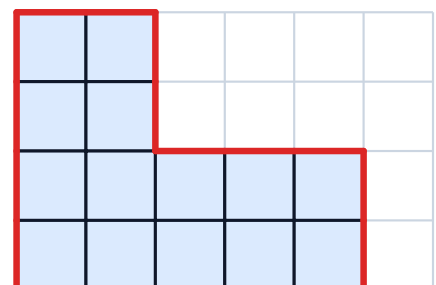
On calcule un périmètre chaque fois qu'on achète quelque chose qui se vend au mètre et qui fait le tour : le grillage d'un terrain, la bordure d'un parterre, les plinthes d'une pièce, la baguette d'un cadre, le joint d'une fenêtre. C'est le premier calcul d'un devis d'artisan — un enclos carré de 12 m de côté demande 48 m de clôture, et à 5 € le mètre la facture est de 240 €. C'est aussi ce qu'on parcourt : deux tours d'une piste de 30 m sur 20 m font 200 m. Et à La Réunion, le fameux « tour de l'île » par la route littorale n'est rien d'autre qu'un périmètre — celui d'une figure dont personne ne connaît la formule.

Un peu d'histoire : les périmètres

Le mot vient du grec « perimetron » : « peri », autour, et « metron », mesure — littéralement la mesure du tour. Et la plus vieille histoire de mathématiques qu'on connaisse porte précisément sur la différence entre périmètre et aire : selon la légende, la reine Didon obtint, pour fonder Carthage, autant de terre qu'elle pourrait en entourer avec une peau de bœuf. Elle la découpa en lanières très fines, les mit bout à bout, et chercha la forme qui, à longueur de contour FIXÉE, enferme la plus grande surface. La réponse est le cercle — et c'est pourquoi le problème s'appelle aujourd'hui encore « le problème de Didon ».

Définition : les périmètres

Le périmètre d'une figure est la longueur de son contour, c'est-à-dire de la ligne fermée qui en fait le tour. On l'obtient en additionnant les longueurs de tous les côtés. C'est une LONGUEUR : il se mesure en millimètres, centimètres, mètres ou kilomètres — jamais en cm², qui est l'unité d'une aire. ⚠ Ne



pas confondre : l'aire mesure la surface qu'on remplit, le périmètre mesure la ficelle qu'il faudrait pour en faire le tour.

chaque carreau mesure 1 unité : on compte le trait rouge

Le périmètre est la longueur du trait rouge, et rien d'autre. Ici, en suivant le contour segment par segment, on trouve 18 unités. Les 14 carreaux bleus, eux, comptent l'AIRES — c'est une autre question.

Propriétés : les périmètres

Le contour, pas la surface

Le périmètre se calcule par une ADDITION de longueurs, et il s'exprime en cm. L'aire, elle, se calcule par une multiplication et s'exprime en cm^2 . Deux grandeurs, deux gestes, deux unités.

Données	on compare	pe
	ce qu'on mesure	le
	ce qu'on fait	ai
	l'unité	

un carré de 6 cm : $P = 24$ cm, mais $A = 36 \text{ cm}^2$

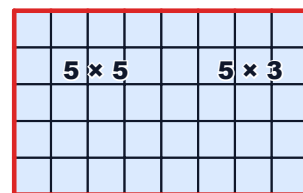
Une addition déguisée

Pour un rectangle de 8 sur 3, le tour vaut $8 + 3 + 8 + 3 = 22$. La formule $2 \times (L + l)$ dit exactement la même chose, en plus court. Pour le carré, les quatre côtés sont égaux : $P = 4 \times c$.



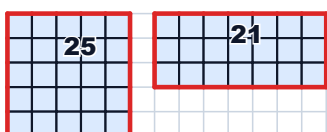
Les côtés cachés ne comptent pas

Un carré de 5 et un rectangle 5×3 collés par leur côté de 5 : séparément leurs contours font $20 + 16 = 36$, mais le côté commun n'est plus sur le tour. Le périmètre extérieur vaut 26.



Même périmètre, aires différentes

Un carré de 5 cm et un rectangle de 7 cm sur 3 cm ont tous deux un périmètre de 20 cm. Pourtant l'un contient 25 carreaux et l'autre 21. Le périmètre ne dit RIEN de l'aire.



La formule : les périmètres

LES PÉRIMÈTRES À CONNAÎTRE

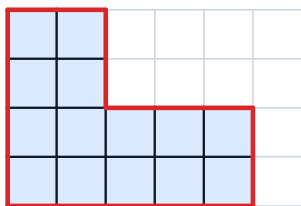
rectangle : $P = 2 \times (L + l)$ • **carré** : $P = 4 \times c$ • **cercle** : $P = 2 \times \pi \times r$

Aucune n'est à croire sur parole : $2 \times (L + l)$ n'est qu'une écriture rapide de $L + l + L + l$. ★ Et si l'on double toutes les longueurs d'une figure, son périmètre est multiplié par 2 — pas par 4, qui est le facteur de l'aire.

Méthode : les périmètres

1. Faire le tour

On part d'un sommet et on suit le contour du doigt jusqu'à revenir au départ, en notant chaque longueur au passage. Rien de ce qui est à l'intérieur ne compte. C'est la méthode qui marche sur TOUTES les figures, même celles qui n'ont pas de formule.



2. Ou prendre le raccourci

Si la figure est usuelle, la formule évite d'écrire l'addition en entier. Rectangle : $2 \times (L + l)$. Carré : $4 \times c$. Triangle : la somme de ses trois côtés, sans raccourci possible — sauf s'il est équilatéral.

Données	la figure	pé
	rectangle	2
	carré	
	triangle	a

toutes se ramènent à additionner le tour

3. Remonter à un côté

Le périmètre peut être la donnée et le côté la question. Pour un carré, on divise par 4. Pour un rectangle dont on connaît une dimension, on divise d'abord le périmètre par 2, puis on soustrait.

$$28 \div 4$$

quotien : 7 reste : 0

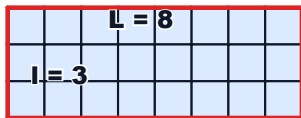
Vérification :
dividende =
diviseur ×
quotient +
reste

**P = 28 cm donc le
côté vaut $28 \div 4$**

Selon ce que l'on cherche : les périmètres

Clôturer un terrain

Un terrain de 8 m sur 3 m demande
 $2 \times (8 + 3) = 22$ m de grillage.
Le périmètre est la longueur à
commander — l'aire ne servirait à
rien ici.



Payer au mètre

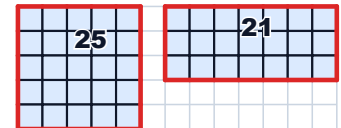
Un enclos carré de 12 m de côté :
 $4 \times 12 = 48$ m de clôture. À 5 € le
mètre, cela fait 240 €. Le périmètre
se convertit directement en facture.



**48 m de clôture à 5
€ le mètre**

Comparer deux formes

À longueur de clôture égale, la
forme du terrain change la surface
qu'on enferme. C'est pourquoi un
même grillage n'enclôt pas toujours
la même quantité de terre.



Exemples corrigés : les périmètres

Le périmètre d'un rectangle

Un rectangle mesure 8 cm de longueur et 3 cm de largeur.
Quel est son périmètre ?

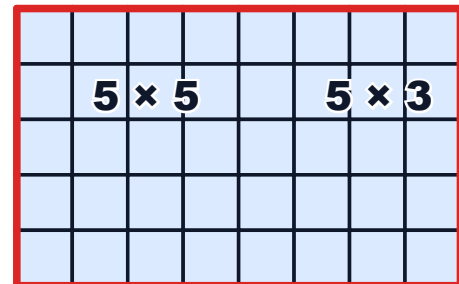


En faisant le tour : $8 + 3 + 8 + 3 = 22$ cm. Avec la
formule : $2 \times (8 + 3) = 2 \times 11 = 22$ cm. Les
deux chemins donnent le même résultat, parce que la

Une figure composée

Un carré de 5 cm de côté et un rectangle de 5 cm sur 3
cm sont collés par leur côté de 5 cm.

Quel est le périmètre de la figure obtenue ?



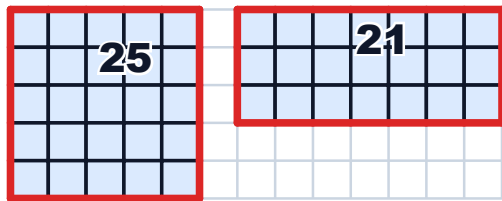
formule EST cette addition. ⚠ Le résultat s'écrit en cm, pas en cm^2 : c'est une longueur.

Le réflexe faux est d'additionner les deux périmètres : $20 + 16 = 36$ cm. Or le côté collé, 5 cm, n'est plus sur le contour — et il disparaît DEUX fois, une pour chaque figure. On retire donc $2 \times 5 = 10$: $36 - 10 = 26$ cm. On peut aussi faire le tour directement : la figure obtenue est un rectangle de 8 cm sur 5 cm, donc $2 \times (8 + 5) = 26$ cm. ✅

Même tour, pas même surface

Un carré de 5 cm de côté, et un rectangle de 7 cm sur 3 cm.

Ont-ils le même périmètre ? La même aire ?



Les périmètres : $4 \times 5 = 20$ cm pour le carré, et $2 \times (7 + 3) = 20$ cm pour le rectangle. Ils sont ÉGAUX. Les aires : $5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$ contre $7 \times 3 = 21 \text{ cm}^2$. Elles sont différentes, et le dessin le montre — on compte 25 carreaux d'un côté, 21 de l'autre. ★ Conclusion : connaître le périmètre ne permet jamais de déduire l'aire. C'est exactement la question que se posait Didon devant Carthage.

Pièges à éviter : les périmètres

Confondre périmètre et aire : le périmètre est le CONTOUR, l'aire est la SURFACE. Un carré de 6 cm a un périmètre de 24 cm et une aire de 36 cm^2 — deux nombres différents, et deux unités différentes.

Compter les côtés cachés d'une figure composée : quand deux morceaux sont collés, le côté commun n'est plus sur le tour. Un carré de 5 et un rectangle 5×3 accolés donnent 26 cm, et non 36.

Croire que même périmètre veut dire même aire : un carré de 5 cm et un rectangle de 7 cm sur 3 cm ont tous deux 20 cm de périmètre, mais 25 cm^2 et 21 cm^2 d'aire.

À retenir : les périmètres

Le périmètre d'une figure est la longueur de son contour. On l'obtient en additionnant les longueurs de tous ses côtés, et il se mesure en cm, m ou km — jamais en cm^2 .

Les formules ne sont que des raccourcis de cette addition : $2 \times (L + l)$ pour le rectangle, $4 \times c$ pour le carré, la somme des trois côtés pour le triangle.

Sur une figure composée, seuls les côtés extérieurs comptent. Et deux figures de même périmètre n'ont aucune raison d'avoir la même aire.

Exercices corrigés : les périmètres

1. Le périmètre d'une figure correspond à quoi, et dans quelle unité s'exprime-t-il ?

Correction :

À la longueur de son contour, c'est-à-dire du tour de la figure. C'est une longueur : elle s'exprime en cm, m ou km. ⚠ Pas en cm^2 , qui est l'unité de l'aire.

2. Calculer le périmètre d'un rectangle de longueur 8 cm et de largeur 3 cm.

Correction :

$2 \times (8 + 3) = 2 \times 11 = 22$ cm. On peut aussi additionner les quatre côtés : $8 + 3 + 8 + 3 = 22$ cm.

3. Un carré a un périmètre de 28 cm. Quelle est la longueur de son côté ?

Correction :

7 cm. Les quatre côtés d'un carré sont égaux, donc $c = 28 \div 4 = 7$. Vérification : $4 \times 7 = 28$. ✓

4. Calculer le périmètre d'un triangle dont les côtés mesurent 5 cm, 7 cm et 8 cm.

Correction :

$5 + 7 + 8 = 20$ cm. Le triangle n'a pas de formule raccourcie : on additionne ses trois côtés, tout simplement.

5. Une figure est formée d'un carré de côté 5 cm et d'un rectangle accolé de 5 cm sur 3 cm, le côté commun mesurant 5 cm. Quel est le périmètre extérieur ?

Correction :

26 cm. Les côtés situés à l'intérieur ne comptent pas : la figure obtenue est un rectangle de 8 cm sur 5 cm, donc $2 \times (8 + 5) = 26$ cm. ⚠ La réponse 36 cm additionne les deux périmètres sans retirer le côté collé.

6. On fait 2 tours d'une piste rectangulaire de 30 m sur 20 m. Quelle distance parcourt-on ?

Correction :

Un tour vaut $2 \times (30 + 20) = 100$ m, donc deux tours font 200 m. Le périmètre est bien la distance d'UN tour.

7. Deux rectangles ont le même périmètre de 20 cm. Ont-ils forcément la même aire ?

Correction :

Non. Un carré de 5 cm sur 5 cm et un rectangle de 7 cm sur 3 cm ont tous deux 20 cm de périmètre, mais leurs aires valent 25 cm^2 et 21 cm^2 . Le périmètre ne détermine pas l'aire.