

Les probabilités — cours de maths 4e

On ne sait pas ce que va donner un lancer de dé, mais on sait exactement quelles sont ses chances. Une probabilité met un nombre sur le hasard — entre 0, l'impossible, et 1, le certain.

L'ÉCHELLE

De 0, impossible, à 1, certain

LA CONDITION

Des issues qui ont toutes la même chance

LE CALCUL

Cas favorables ÷ cas possibles

À quoi ça sert : les probabilités

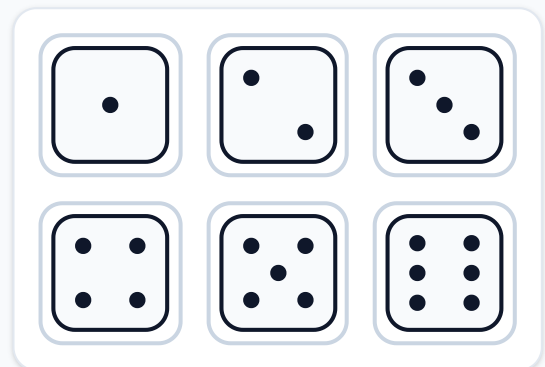
À La Réunion, la probabilité se lit tous les jours dans le bulletin de Météo-France : « 70 % de risque de pluie sur les Hauts » n'est pas une prévision, c'est une probabilité — sur cent journées semblables, il a plu sur soixante-dix. C'est aussi ce qui fixe le prix d'une assurance contre les cyclones, ce qui décide du niveau d'alerte d'un volcan, et ce qui explique pourquoi une loterie reste une mauvaise affaire même quand le gros lot est énorme.

Un peu d'histoire : les probabilités

Les probabilités naissent en 1654 d'une question de jeu : le chevalier de Méré demande à Blaise Pascal comment partager équitablement les mises quand une partie de dés s'interrompt avant la fin. Pascal en discute par lettres avec Pierre de Fermat, et les deux inventent en quelques échanges les bases du calcul des probabilités. Une théorie mathématique entière est née d'un problème de joueurs.

Définition : les probabilités

Une expérience aléatoire est une expérience dont on connaît tous les résultats possibles, mais pas celui qui va sortir. Chaque résultat possible s'appelle une issue. Un événement est un ensemble d'issues — par exemple « obtenir un nombre pair » réunit les issues 2, 4 et 6. La probabilité d'un événement mesure ses chances de se produire.

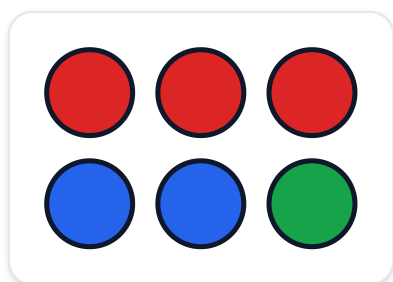


Un dé a six issues. « Obtenir un nombre pair » est un événement qui en réunit trois.

Propriétés : les probabilités

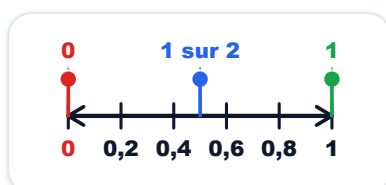
Les issues, c'est tout ce qui peut sortir

Avant de calculer, on liste ce qui peut arriver. Dans ce sac, les issues sont « rouge », « bleue » et « verte » — mais elles n'ont pas le même nombre de billes derrière elles.



De l'impossible au certain

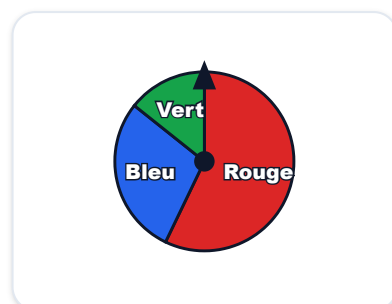
Une probabilité vaut 0 si l'événement ne peut pas se produire, 1 s'il se produit à coup sûr. Un événement et son contraire se répondent : leurs probabilités font 1 ensemble.



0 = impossible · 1 = certain

Quand ce n'est PAS équiprobable

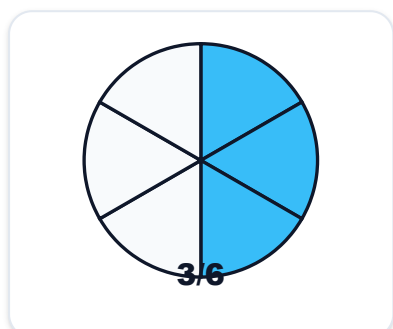
Sur cette roue, trois couleurs mais des secteurs inégaux : « une chance sur trois » serait faux. Compter les issues ne suffit que si elles ont toutes la même chance.



3 couleurs, mais 4 chances sur 7 pour le rouge

Favorables sur possibles

Quand les issues ont la même chance, la probabilité est le quotient du nombre de cas favorables par le nombre de cas possibles. Sur un dé, « pair » vaut 3 sur 6.



3 faces paires sur 6 faces

Trois écritures, une seule valeur

La même probabilité s'écrit en fraction, en décimal ou en pourcentage. On divise pour passer à la forme décimale, puis on multiplie par 100 pour le pourcentage.

Données	fraction	dé
	3/6	
	1/4	
	1/5	

on divise, puis on multiplie par 100

La formule : les probabilités

QUAND TOUTES LES ISSUES ONT LA MÊME CHANCE

$$P(\text{événement}) = \frac{\text{cas favorables}}{\text{cas possibles}}$$

Le résultat est toujours entre 0 et 1, puisque les cas favorables sont un sous-ensemble des cas possibles.



Méthode : les probabilités

1. Lister

On écrit d'abord toutes les issues possibles, sans en oublier, et le nombre de cas derrière chacune. C'est ce tableau qui donne le dénominateur — le total — et il évite l'erreur de compter les couleurs au lieu des boules.

issue	nombre de boules
rouge	1
orange	4
total	5

2 issues, mais 5 cas possibles

2. Compter et diviser

On compte les cas favorables, puis les cas possibles, et on divise. On garde la fraction si elle est demandée, sinon on donne la forme décimale ou le pourcentage.

$$3 \div 6$$

quotient : 0,5 reste : 0

Vérification :
dividende =
diviseur ×
quotient +
reste

favorables ÷
possibles

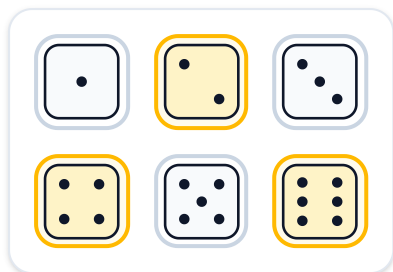
3. Contrôler

Trois contrôles, tous de tête. Le résultat est-il entre 0 et 1 ? La somme des probabilités de toutes les issues fait-elle 1 ? Et l'événement le plus probable a-t-il bien le plus grand nombre ?

Selon ce que l'on cherche : les probabilités

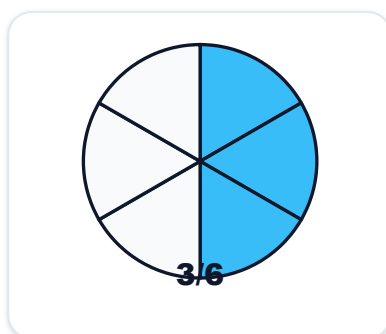
Décrire l'expérience

On nomme l'expérience aléatoire, on liste ses issues, puis on décrit l'événement demandé comme l'ensemble des issues qui le réalisent.



Calculer une probabilité

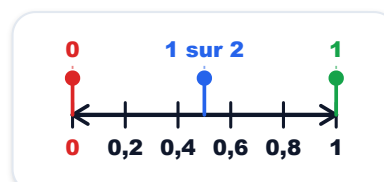
On divise le nombre de cas favorables par le nombre de cas possibles, puis on donne le résultat dans l'écriture demandée — fraction, décimal ou pourcentage.



3 faces paires sur 6 faces

Comparer deux événements

On calcule les deux probabilités et on compare les nombres. Le plus grand désigne l'événement le plus probable — c'est plus sûr que l'intuition.



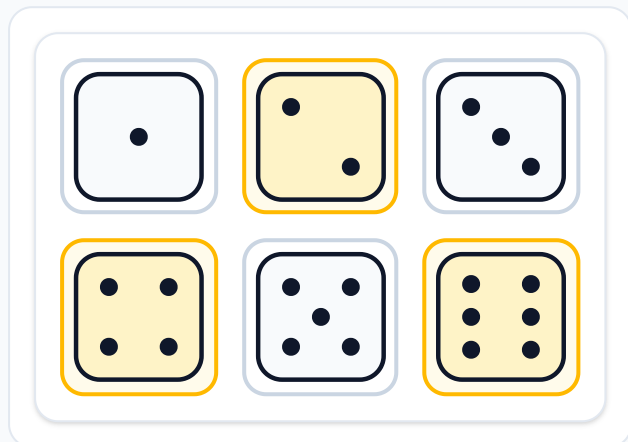
0 = impossible · 1 = certain

Exemples corrigés : les probabilités

Le dé et les nombres pairs

On lance un dé équilibré à six faces.

Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

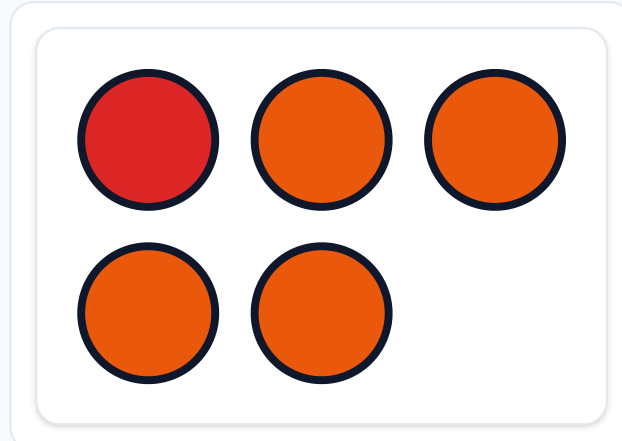


Les issues sont 1, 2, 3, 4, 5 et 6 : il y a 6 cas possibles. L'événement « nombre pair » est réalisé par 2, 4 et 6 : 3 cas favorables. Le dé est équilibré, donc les six issues ont la même chance, et la

De l'urne au pourcentage

Une urne contient 1 boule rouge et 4 boules oranges.

Combien y a-t-il de chances de tirer une boule orange, et à quelle probabilité cela correspond-il ?



L'urne contient $1 + 4 = 5$ boules, donc 5 cas possibles, et 4 d'entre eux sont favorables : il y a 4 chances sur 5 de tirer une boule orange. Cela correspond à la probabilité $4/5$. En décimal, $4 \div 5 = 0,8$, et en pourcentage 80 %. ⚠ Ce sont trois

probabilité vaut $3 \div 6 = 0,5$. Contrôle : 0,5 est bien entre 0 et 1.

écritures du même nombre, pas trois résultats différents.

Gagner, donc perdre

La probabilité de gagner à un jeu est égale à 0,4.

Quelle est la probabilité de perdre ?



gagne



perd

0,4 et 0,6 : ensemble, ils font 1

Gagner et perdre sont deux événements contraires : ensemble, ils couvrent toutes les issues, donc leurs probabilités ont pour somme 1. On calcule $1 - 0,4 = 0,6$. La probabilité de perdre vaut 0,6, soit 60 %. ★
C'est souvent le calcul le plus rapide : quand un événement est compliqué à compter, on compte son contraire.

Pièges à éviter : les probabilités

Compter les issues sans vérifier qu'elles ont la même chance : sur une roue à secteurs inégaux, « une chance sur trois » est faux même s'il y a trois couleurs.

Écrire une probabilité supérieure à 1 : c'est impossible, les cas favorables sont toujours moins nombreux que les cas possibles. C'est le signe d'un quotient inversé.

Oublier que la somme des probabilités de toutes les issues vaut 1 : c'est le contrôle le plus rapide quand on a calculé plusieurs probabilités sur la même expérience.

À retenir : les probabilités

Une probabilité mesure la chance qu'un événement se produise : c'est un nombre compris entre 0 (impossible) et 1 (certain).

Quand toutes les issues ont la même chance, la probabilité est le nombre de cas favorables divisé par le nombre de cas possibles.

Un événement et son contraire ont pour somme 1 : connaître l'un, c'est connaître l'autre.

Exercices corrigés : les probabilités

1. On lance un dé équilibré. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 4 ?

Correction :

Les issues favorables sont 5 et 6 : 2 cas favorables sur 6 possibles. La probabilité vaut $2 \div 6$, soit environ 0,33 ou 33 %. Contrôle : c'est bien entre 0 et 1, et c'est plus petit que la probabilité d'obtenir un nombre pair, ce qui est logique.

2. La probabilité qu'un événement se produise est 0,3. Quelle est la probabilité qu'il ne se produise PAS ?

Correction :

Un événement et son contraire ont pour somme 1. Donc la probabilité du contraire vaut $1 - 0,3 = 0,7$. C'est souvent le calcul le plus rapide : quand l'événement est compliqué à compter, on compte son contraire.

3. Sur une roue, il y a trois couleurs. Peut-on en conclure que chaque couleur a une chance sur trois ?

Correction :

Non, pas sans vérifier que les trois secteurs ont la même taille. Compter les issues ne donne la probabilité que dans une situation d'équiprobabilité. Si le rouge occupe la moitié de la roue, sa probabilité est 0,5 et non $1/3$.

4. On lance un dé. La probabilité d'obtenir « pair » est $3/6$. Quelle est la probabilité d'obtenir « impair », et pourquoi peut-on le dire sans compter ?

Correction :

« Impair » est l'événement contraire de « pair » : ensemble ils couvrent les six issues. Leur somme vaut donc 1, et la probabilité d'obtenir un nombre impair est $1 - 3/6 = 3/6$, soit 0,5. On n'a eu besoin de

compter aucune face. Contrôle : la somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience vaut toujours 1.