

Probabilités : issues, événements et deux épreuves

cours et exercices corrigés de maths 3e

Personne ne sait sur quelle face un dé va tomber, et pourtant on peut affirmer sans se tromper qu'il donnera un nombre pair une fois sur deux. C'est tout le paradoxe des probabilités : elles ne prédisent pas un résultat, elles mesurent une TENDANCE. La troisième ajoute une pièce décisive à ce que vous savez déjà — enchaîner deux expériences, et compter les possibilités qui en découlent.

LA FORMULE

$P(A) = \frac{\text{cas favorables}}{\text{cas possibles}}$, en
équiprobabilité

L'ENCADREMENT

**Une probabilité vaut
toujours entre 0 et 1**

LE PIÈGE

3 rouges et 5 bleues :
 $P(\text{rouge}) = \frac{3}{8}$, pas $\frac{3}{5}$

À quoi ça sert : Probabilités : issues, événements et deux épreuves

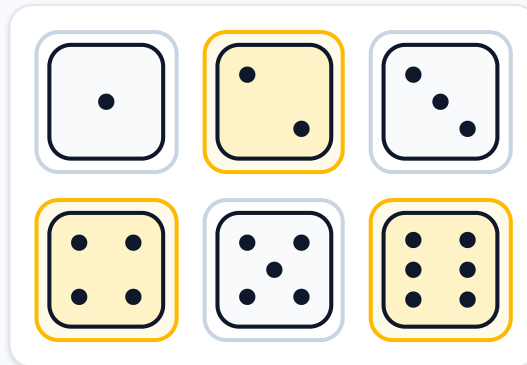
Les probabilités décident bien plus de choses qu'un jeu de dés. Une prévision météo à La Réunion — « 70 % de risque de pluie sur les Hauts » — est une probabilité, et elle ne promet rien pour votre après-midi : elle dit qu'en observant beaucoup de journées semblables, il a plu dans sept cas sur dix. Une compagnie d'assurance fixe ses tarifs de la même façon, un laboratoire évalue ainsi l'efficacité d'un traitement, et un service de secours dimensionne ses équipes sur la probabilité d'un cyclone. Le point commun de tous ces usages est le contresens à éviter : une probabilité ne parle jamais du cas particulier, toujours de la répétition.

Un peu d'histoire : Probabilités : issues, événements et deux épreuves

En 1654, le chevalier de Méré, joueur passionné, pose à Blaise Pascal une question d'apparence anodine : si deux joueurs interrompent une partie avant la fin, comment partager équitablement les mises ? Pascal en discute par lettres avec Pierre de Fermat, et de cette correspondance naît le calcul des probabilités. Le détail qui compte est que la question était PRATIQUE, pas théorique — il s'agissait de rendre justice, non de décrire le hasard. Pendant longtemps, les mathématiciens avaient d'ailleurs jugé le hasard indigne d'étude, précisément parce qu'il semblait sans loi.

Définition : Probabilités : issues, événements et deux épreuves

Une expérience aléatoire est une expérience dont on connaît tous les résultats possibles, mais dont on ne peut pas prévoir lequel se produira. Chacun de ces résultats s'appelle une **ISSUE**. Un **ÉVÉNEMENT** est un ensemble d'issues — par exemple « obtenir un nombre pair » réunit les issues 2, 4 et 6. La **PROBABILITÉ** d'un événement mesure sa chance de se réaliser : c'est un nombre compris entre 0 et 1, où 0 désigne un événement impossible et 1 un événement certain.



Six issues possibles, et trois d'entre elles réalisent l'événement « obtenir un nombre pair » : sa probabilité vaut donc $\frac{3}{6}$, c'est-à-dire $\frac{1}{2}$.

Propriétés : Probabilités : issues, événements et deux épreuves

Le vocabulaire, en quatre mots

Une EXPÉRIENCE ALÉATOIRE a un résultat imprévisible mais des possibilités connues. Chaque résultat possible est une ISSUE. Un ÉVÉNEMENT regroupe une ou plusieurs issues. Enfin la PROBABILITÉ chiffre la chance de cet événement, entre 0 et 1. Lancer un dé est aléatoire ; mesurer la hauteur du piton des Neiges ne l'est pas, car le résultat ne change pas d'une fois sur l'autre.

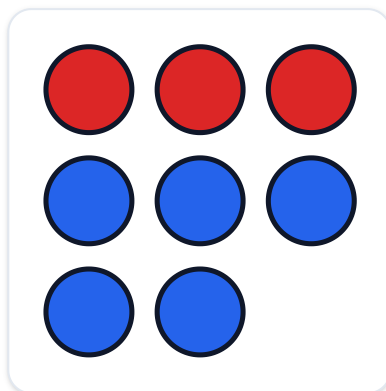
le mot	ce qu'il désigne
expérience	le lancer du dé
issue	un résultat : le 4
événement	« un nombre pair »
probabilité	un nombre de 0 à 1

du plus large au plus précis

Une issue est un résultat unique ; un événement peut en réunir plusieurs.

Compter les issues avant tout calcul

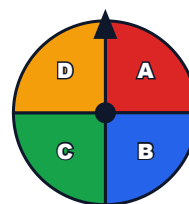
La première question à se poser est toujours : combien de résultats l'expérience peut-elle donner ? Un dé à six faces en donne 6, une pièce 2, une urne de 8 billes en donne 8 — une par bille, même si plusieurs partagent la même couleur. C'est ce dernier point qui fait trébucher : deux billes rouges sont DEUX issues, pas une.



Huit billes, donc huit issues — même si l'on ne voit que deux couleurs.

L'équiprobabilité n'est pas automatique

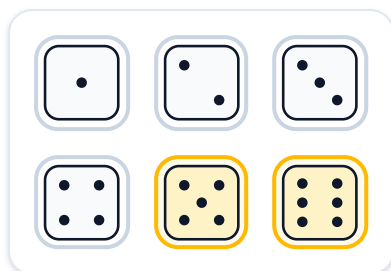
Une situation est équiprobable lorsque toutes les issues ont la même chance de se produire. C'est le cas d'un dé équilibré, d'une pièce, ou d'une roue dont les secteurs sont de MÊME TAILLE. Ce n'est pas le cas d'un dé truqué, ni d'une roue à secteurs inégaux. La distinction est décisive : la formule « favorables sur possibles » ne vaut QUE dans le cas équiprobable.



Quatre secteurs de même taille : chaque issue a la probabilité $\frac{1}{4}$.

Un événement est un ensemble d'issues

Décrire un événement, c'est dire QUELLES issues le réalisent. Avec un dé, « obtenir au moins 5 » est réalisé par 5 et 6, donc par deux issues. Un événement réalisé par une seule issue s'appelle un événement élémentaire. Un événement que rien ne réalise est impossible, et sa probabilité vaut 0 — « obtenir 8 » avec un dé à six faces, par exemple.



« Obtenir au moins 5 » : deux issues sur six, donc $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Calculer : favorables sur possibles

En situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement est le nombre d'issues qui le réalisent divisé par le nombre total d'issues. Dans un sac de 3 billes rouges et 5 bleues, il y a 8 issues et 3 sont favorables au rouge :

$$P(\text{rouge}) = \frac{3}{8}$$

Le dénominateur est le TOTAL, jamais le nombre des autres — écrire $\frac{3}{5}$ est l'erreur la plus fréquente du chapitre.

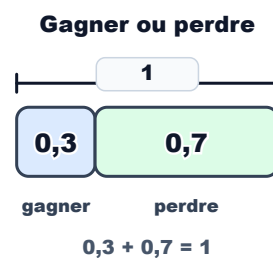
situation	calcul	résultat
3 rouges sur 8	$3 \div 8$	$3/8$
nombre pair au dé	$3 \div 6$	$1/2$
3 rouges, on écrit $3/5$	faux	le total est 8

le dénominateur est le total

Compter d'abord le total, ensuite les favorables : jamais l'inverse.

L'événement contraire complet toujours à 1

L'événement contraire de A , noté $\overline{A}$, est réalisé exactement quand A ne l'est pas. Comme l'un des deux se produit forcément, leurs probabilités s'ajoutent pour donner 1 : $P(A) + P(\overline{A}) = 1$. Si la probabilité de gagner vaut 0,3, celle de perdre vaut donc 0,7. C'est souvent le chemin le plus court : le contraire de « au moins un » est « aucun », bien plus facile à compter.



Les deux parts couvrent toute la barre : il n'existe pas de troisième cas.

Deux épreuves : l'arbre et le produit

Quand une expérience en chaîne deux, on dessine un ARBRE : le premier niveau porte les issues de la première épreuve, et chaque branche se ramifie selon la seconde. Le nombre de chemins complets est le **PRODUIT** des nombres d'issues — deux lancers d'une pièce donnent $2 \times 2 = 4$ chemins, et deux épreuves à 3 issues en donnent 9. La probabilité d'un chemin s'obtient en multipliant les probabilités rencontrées le long de ce chemin.

1re épreuve	2e épreuve	che
2 issues	2 issues	
3 issues	3 issues	
4 issues	3 issues	

on multiplie, jamais on n'additionne

Le nombre de chemins est le PRODUIT : quatre entrées et trois plats font douze menus, pas sept.

Ce qu'une probabilité ne peut pas être

Une probabilité ne dépasse jamais

1 et n'est jamais négative : un résultat comme $\frac{7}{5}$ signale

forcément une erreur de comptage.

La valeur 0 désigne l'impossible, la

valeur 1 le certain, et 0,5 une

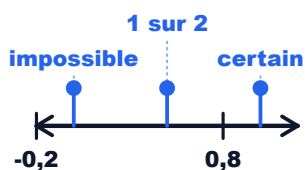
chance sur deux. Un contrôle

gratuit consiste donc à situer son

résultat sur cet axe avant de l'écrire

— s'il en sort, inutile de chercher

plus loin.



Toute probabilité vit sur ce segment : rien à gauche de 0, rien à droite de 1.

La formule : Probabilités : issues, événements et deux épreuves

LA PROBABILITÉ D'UN ÉVÉNEMENT, EN SITUATION D'ÉQUIPROBABILITÉ

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$$

⚠ La condition compte autant que la formule : elle ne vaut QUE si toutes les issues ont la même chance. Sur une roue à secteurs inégaux ou avec un dé truqué, compter les cas ne donne pas la probabilité — il faut alors les mesurer ou les lire dans l'énoncé.

événement	favorables	P
pair, avec un dé	3 sur 6	1/2
rouge, 3 sur 8	3 sur 8	3/8
obtenir 8, au dé	0 sur 6	0

toujours favorables ÷ possibles

Un événement impossible n'a aucune issue favorable : sa probabilité vaut 0.

Méthode : Probabilités : issues, événements et deux épreuves

1. Toujours commencer par compter les issues

Avant de chercher la moindre probabilité, on établit le nombre total de résultats possibles. C'est le dénominateur, et c'est là que se joue l'erreur des billes : huit billes font huit issues, quelles que soient leurs couleurs.

2. Vérifier l'équiprobabilité avant d'appliquer la formule

On se demande si toutes les issues ont la même chance. Un dé équilibré, une pièce, une roue à secteurs égaux : oui. Un dé truqué, une roue à secteurs inégaux : non, et la formule ne s'applique plus.

3. Passer par le contraire quand c'est plus court

Dès qu'un énoncé contient « au moins un », il faut penser au contraire, qui est « aucun » — presque toujours plus rapide à compter. On calcule $P(\overline{A})$, puis on retranche de 1.

4. Devant deux épreuves : dessiner l'arbre

On trace les branches de la première épreuve, puis on ramifie chacune selon la seconde. Le nombre de chemins se contrôle par un produit. Ensuite, la probabilité d'un chemin est le produit des probabilités portées par ses branches.

5. Contrôler que le résultat tient entre 0 et 1

Un résultat supérieur à 1 ou négatif est nécessairement faux. Ce contrôle coûte une seconde et attrape la plupart des erreurs de dénominateur.

Selon ce que l'on cherche : Probabilités : issues, événements et deux épreuves

On me demande le nombre d'issues

Je compte tous les résultats possibles, un par objet distinct — huit billes font huit issues, même s'il n'y a que deux couleurs.

On me demande une probabilité simple

Je vérifie l'équiprobabilité, puis je divise le nombre d'issues favorables par le nombre total.

On me donne $P(A)$ et on demande son contraire

Je retranche de 1 : $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

L'expérience comporte deux étapes

Je dessine un arbre. Le nombre de chemins est le produit des nombres d'issues, et la probabilité d'un chemin le produit de ses branches.

On me demande si une affirmation est possible

Je regarde d'abord si le nombre annoncé tient entre 0 et 1. Sinon, la réponse est non, sans autre calcul.

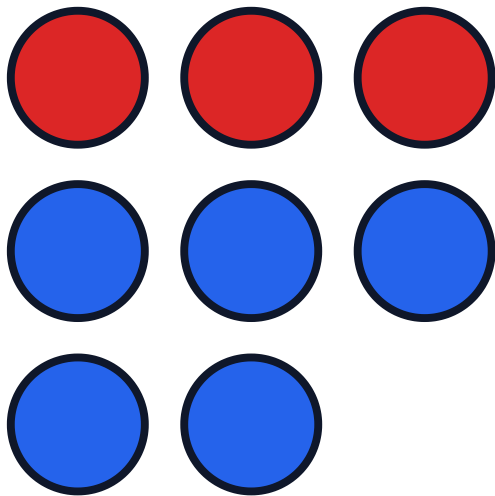
Exemples corrigés : Probabilités : issues, événements et deux

épreuves

Le sac de billes

Un sac contient 3 billes rouges et 5 billes bleues.

Quelle est la probabilité de tirer une bille rouge ?



Trois rouges parmi huit billes : $\frac{3}{8}$, et non $\frac{3}{5}$.

On compte d'abord le TOTAL : $3 + 5 = 8$ billes, donc 8 issues, toutes également probables puisqu'on tire au hasard. Les issues favorables sont les 3 billes rouges. La probabilité vaut donc $\frac{3}{8}$. ⚠ Répondre $\frac{3}{5}$ est l'erreur classique : elle compare les rouges aux bleues au lieu de les comparer au total. Contrôle : $\frac{3}{8}$ vaut 0,375, un nombre bien compris entre 0 et 1, et inférieur à un demi — cohérent, puisqu'il y a moins de rouges que de bleues.

Gagner, ou perdre

La probabilité de gagner à un jeu est 0,3.

Quelle est la probabilité de perdre ?

Gagner et perdre sont deux événements contraires : l'un des deux se produit forcément, et jamais les deux ensemble. Leurs probabilités s'ajoutent donc pour donner 1, d'où $P(\text{perdre}) = 1 - 0,3 = 0,7$. Répondre 0,3 également serait absurde : la somme ferait 0,6, et il manquerait 0,4 de chances qui ne mèneraient nulle part.

Deux lancers d'une pièce

On lance deux fois de suite une pièce équilibrée.

Combien y a-t-il d'issues, et quelle est la probabilité d'obtenir exactement une fois pile ?

1er	2e	une fois pile ?
P	P	non
P	F	oui
F	P	oui
F	F	non

deux chemins sur quatre

PF et FP sont deux issues distinctes : l'ordre du tirage compte.

Chaque lancer a 2 issues, donc l'expérience complète en a $2 \times 2 = 4$: PP, PF, FP et FF. Elles sont équiprobables, chacune de probabilité $\frac{1}{4}$.
« Exactement une fois pile » est réalisé par DEUX de ces issues — PF et FP — et non par une seule : la probabilité vaut donc $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.  L'oubli de FP est l'erreur habituelle : l'ordre compte, et deux chemins différents mènent au même résultat.

Le menu du snack

Un snack propose 4 entrées et 3 plats.

Combien de menus différents peut-on composer ?

C'est une expérience à deux épreuves : choisir l'entrée, puis le plat. Chaque entrée peut être suivie de l'un quelconque des 3 plats, donc le nombre de menus est $4 \times 3 = 12$. On le retrouve sur un arbre : 4 branches au premier niveau, chacune se ramifiant en 3, ce qui donne bien 12 chemins complets. La règle vaut à chaque fois : le nombre de chemins est le PRODUIT des nombres d'issues, jamais leur somme.

Pièges à éviter : Probabilités : issues, événements et deux épreuves

Écrire $P(\text{rouge}) = \frac{3}{5}$ pour 3 billes rouges et 5 bleues. Le dénominateur est le TOTAL, soit 8 : la réponse est $\frac{3}{8}$.

Croire que $P(\overline{A})$ vaut $P(A)$. Elles s'ajoutent pour donner 1 : si $P(A) = 0,3$, alors $P(\overline{A}) = 0,7$.

Annoncer une probabilité supérieure à 1 ou négative. C'est toujours le signe d'une erreur de comptage, jamais un résultat.

Additionner les nombres d'issues de deux épreuves. Ils se MULTIPLIENT : 4 entrées et 3 plats font 12 menus, pas 7.

Oublier qu'un ordre différent est une issue différente : « exactement une fois pile » sur deux lancers réunit PF ET FP.

Appliquer « favorables sur possibles » à une roue à secteurs inégaux ou à un dé truqué : la formule suppose l'équiprobabilité.

Compter deux billes de même couleur comme une seule issue. Huit billes font huit issues, quelles que soient leurs couleurs.

À retenir : Probabilités : issues, événements et deux épreuves

Une issue est un résultat ; un événement est un ensemble d'issues.

Une probabilité est un nombre entre 0 et 1 : 0 pour l'impossible, 1 pour le certain.

En équiprobabilité, $P(A) = \frac{\text{favorables}}{\text{possibles}}$.

$P(A) + P(\overline{A}) = 1$: le contraire complète toujours.

Pour deux épreuves, le nombre de chemins est le PRODUIT des nombres d'issues.

La probabilité d'un chemin de l'arbre est le produit des probabilités de ses branches.

Exercices corrigés : Probabilités : issues, événements et deux épreuves

1. Une probabilité est toujours un nombre compris entre quelles valeurs ?

Correction :

Entre 0 et 1, bornes comprises. 0 correspond à un événement impossible et 1 à un événement certain.

2. Un sac contient 4 billes rouges et 6 billes bleues. Combien y a-t-il d'issues possibles si l'on tire une bille ?

Correction :

Dix : une par bille. Le nombre d'issues ne dépend pas des couleurs mais du nombre d'objets.

3. Un dé truqué qui tombe plus souvent sur 6 est-il une situation d'équiprobabilité ?

Correction :

Non. L'équiprobabilité exige que toutes les issues aient la même chance ; ici le 6 en a davantage, et la formule « favorables sur possibles » ne s'applique pas.

4. On lance un dé. Quelles issues réalisent l'événement « obtenir au moins 5 » ?

Correction :

Les issues 5 et 6, soit deux issues sur six. La probabilité vaut $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

5. On lance un dé équilibré. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

Correction :

Trois issues sur six la réalisent — 2, 4 et 6 — donc $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

6. Si $P(A) = \frac{1}{4}$, quelle est la probabilité de l'événement contraire ?

Correction :

$P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, puisque les deux probabilités s'ajoutent pour donner 1.

7. On lance deux fois une pièce. Combien y a-t-il d'issues possibles ? Les lister.

Correction :

Quatre : PP, PF, FP et FF. On les obtient en multipliant 2×2 , et l'ordre distingue PF de FP.

8. On représente par un arbre une expérience à deux épreuves ayant chacune 3 issues. Combien de chemins complets comporte-t-il ?

Correction :

Neuf : 3×3 . Chacune des 3 branches du premier niveau se ramifie en 3 branches au second.

9. Un élève dit : « s'il y a 3 billes rouges et 5 bleues, la probabilité de tirer rouge est $\frac{3}{5}$ ». A-t-il raison ?

Correction :

Non. Il compare les rouges aux bleues, alors qu'il faut les comparer au total, qui vaut 8. La probabilité est $\frac{3}{8}$.

10. Dans un panier, il y a 4 mangues, 3 ananas et 5 litchis. On prend un fruit au hasard. Quelle est la probabilité de prendre une mangue ?

Correction :

Le total vaut $4 + 3 + 5 = 12$ fruits, et 4 sont favorables : $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

