

Ratios et pourcentages — cours de maths 4e

Deux façons de comparer sans mesurer. Le ratio dit « tant contre tant » — 2 doses de sirop pour 3 d'eau —, le pourcentage dit « tant sur cent ». Ce sont les mêmes mathématiques vues de deux côtés, et savoir passer de l'une à l'autre est ce que la 4e demande.

LE MOT DE 4E

Ratio : a et b sont dans le ratio 2 : 3 si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$

LA RÈGLE DU PARTAGE

On divise d'abord par la SOMME des parts

LE PIÈGE

Une baisse de 15 % ne défait pas une hausse de 15 %

À quoi ça sert : Ratios et pourcentages

Le ratio est le langage des mélanges et des partages. À La Réunion, c'est le mortier du maçon — un volume de ciment pour quatre de sable —, le sirop de la boutique préparé « un pour cinq », le partage d'une pêche entre trois barques selon la part de chacun. Et le pourcentage est partout dès qu'un prix bouge : les soldes à - 30 %, la TVA, une augmentation de loyer. Savoir qu'une baisse de 30 % se fait en multipliant par 0,70 évite de sortir la calculatrice deux fois.

Un peu d'histoire : Ratios et pourcentages

Le mot « ratio » est le mot latin pour « rapport », et c'est le vocabulaire d'Euclide : le livre V des Éléments, vers 300 avant notre ère, est entièrement consacré à la théorie des rapports entre grandeurs. La notation à deux points, elle, est bien plus tardive — elle est due à Leibniz, au XVIIe siècle, qui cherchait un signe qui ne se confonde pas avec la division. Le mot « pourcentage » vient de l'italien « per cento » : les banquiers de Venise comptaient déjà les intérêts sur cent.

Définition : Ratios et pourcentages

Un ratio compare deux ou trois quantités par leur rapport, et s'écrit avec deux points : 2 : 3. Deux nombres a et b sont dans le ratio 2 : 3 lorsque $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$; trois nombres a, b, c sont dans le ratio 2 : 3 : 7 lorsque $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$. Un pourcentage est un cas

particulier de comparaison : une part rapportée à cent.



Le ratio sirop : eau vaut 2 : 3. Le sirop occupe 2 parts sur 5, soit 40 % du mélange — le ratio et le pourcentage disent la même chose.

Propriétés : Ratios et pourcentages

Un ratio compare, il ne mesure pas

Le ratio 2 : 3 ne dit pas combien il y a de sirop : il dit seulement que pour 2 parts de sirop, il y a 3 parts d'eau. On le simplifie comme une fraction — 8 : 12 se réduit en 2 : 3. ⚠ L'ordre compte : 3 : 2 désignerait le mélange inverse.



8 : 12, c'est le même mélange que 2 : 3

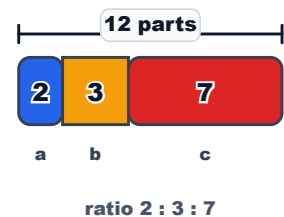
L'égalité de quotients rend le ratio calculable

C'est ce que la 4e ajoute. Dire que a et b sont dans le ratio 2 : 3, c'est écrire $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$: chaque nombre divisé par SA part donne la même chose. Ce nombre commun est la valeur d'une part — et il suffit d'une seule quantité connue pour trouver l'autre.

	a	b
part	2	3
quantité	10	?

Deux parts, ou trois

Un ratio peut comparer trois quantités : 2 : 3 : 7 signifie $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$. Les trois quotients sont égaux, donc un seul nombre connu suffit encore. Le total, lui, compte 2 + 3 + 7 = 12 parts.



« Pour cent » se compte sur cent

25 %, c'est 25 parts sur 100. C'est aussi une fraction — un quart — et un coefficient : multiplier par 0,25. Un pourcentage est donc un ratio

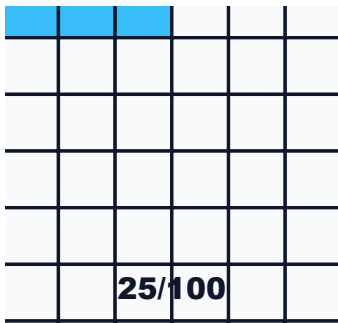
Le coefficient multiplicateur

Augmenter de 15 %, c'est garder le tout ET ajouter 15 parts sur 100 : on multiplie donc par 1,15, pas par

Deux évolutions ne s'additionnent pas

Une hausse de 15 % suivie d'une baisse de 15 % ne ramène pas au prix de départ : on multiplie par 1,15

dont la seconde part vaut toujours 100.

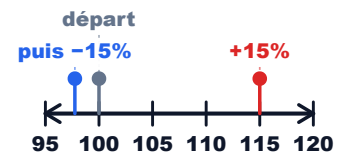


25 sur 100, soit $\frac{1}{4}$

0,15. Une baisse de 15 % donne $1 - 0,15 = 0,85$.



puis par 0,85, soit par 0,9775. Il manque 2,25 %.



on repart de 97,75 €, pas de 100 €

La formule : Ratios et pourcentages

POUR UN RATIO A : B : C, ET POUR UNE ÉVOLUTION DE T %

$$a / 2 = b / 3 = c / 7 \cdot$$

hausse → $\times (1 + t \div 100)$

baisse → $\times (1 - t \div 100)$

À gauche, l'égalité qui rend le ratio calculable : chaque nombre divisé par sa part donne la valeur d'UNE part. À droite, le coefficient part toujours de 1, parce qu'on garde le tout avant d'ajouter ou de retirer.

	a	b	c
part	2	3	7
quantité	20	30	70

une part vaut 10 : les trois quotients le disent

Méthode : Ratios et pourcentages

1. Exprimer et simplifier un ratio

On compte les deux quantités, on les écrit dans l'ordre demandé, puis on les divise par leur plus grand diviseur commun — exactement comme une fraction. ⚠ On ne SOUSTRAIT jamais : 8 : 12 ne devient pas 6 : 10.

2. Partager selon un ratio

Trois gestes, toujours les mêmes. On additionne les parts pour connaître leur nombre total. On divise la quantité par ce total : c'est la valeur d'UNE part. On multiplie enfin par la part de chacun. ⚠ L'erreur classique est de diviser par le nombre de personnes — 120 €

3. Appliquer un pourcentage

On écrit le pourcentage en décimal — 25 % devient 0,25 — et on multiplie. Pour les valeurs courantes, le calcul mental est plus rapide : 25 % c'est diviser par 4, 50 % par 2, 10 % par 10.

selon 2 : 3 : 7 se divise par 12, pas par 3.



$$120 \div 12 = 10 \text{ € la part}$$

4. Passer par le coefficient

Pour une évolution, on ne calcule pas la part puis la somme : on trouve directement le coefficient. On part de 1, on ajoute ou on retire le pourcentage écrit en décimal, et une seule multiplication suffit. Pour deux évolutions, on multiplie les deux coefficients.

Données	évolution	c
	+ 20 %	
	+ 15 %	
	- 15 %	
	- 30 %	

on part toujours de 1

Selon ce que l'on cherche : Ratios et pourcentages

On connaît une quantité et le ratio

On cherche la valeur d'une part en divisant la quantité connue par SA part, puis on multiplie par l'autre.

On connaît le total et le ratio

On divise le total par la SOMME des parts, ce qui donne la valeur d'une part, puis on distribue.

On veut passer du ratio au pourcentage

On rapporte la part au TOTAL des parts, pas à l'autre part. Dans un

ratio 1 : 4, le premier vaut 1/5 du tout, soit 20 % — et non 25 %.

Faire évoluer un prix

On transforme le pourcentage en coefficient multiplicateur, puis on multiplie. Pour deux évolutions successives, on multiplie les deux coefficients entre eux.

Exemples corrigés : Ratios et pourcentages

Partager 120 € selon 2 : 3 : 7

On partage 120 € entre trois personnes, selon le ratio 2 : 3 : 7.

Combien reçoit chacune ?

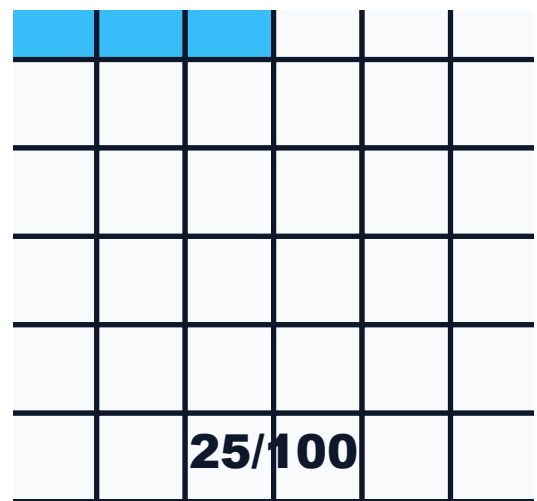


On compte d'abord les parts : $2 + 3 + 7 = 12$. Une part vaut donc $120 \div 12 = 10$ €. Il reste à multiplier : $2 \times 10 = 20$ €, $3 \times 10 = 30$ €, $7 \times 10 = 70$ €. Contrôle : $20 + 30 + 70 = 120$ €. ⚠ Diviser par 3 parce qu'il y a trois personnes donnerait 40 € chacune — et le ratio ne serait plus respecté.

Vingt-cinq pour cent

On veut prendre 25 % d'une quantité.

À quoi cela correspond-il ?



25 sur 100, soit $\frac{1}{4}$

25 %, c'est 25 parts sur 100, donc la fraction $\frac{25}{100}$, qui se simplifie en $\frac{1}{4}$. Prendre 25 % d'une quantité revient donc à en prendre le quart, c'est-à-dire à multiplier par 0,25 — ou, plus simple de tête, à diviser par 4.

Le prix qui augmente

Un article coûte 100 €. Son prix augmente de 15 %.

Quel est le nouveau prix ?



d'un coup : $100 \times 1,15$

Augmenter de 15 %, c'est garder les 100 % du prix et ajouter 15 % : le coefficient multiplicateur vaut $1 + 0,15 = 1,15$. On calcule $100 \times 1,15 = 115$. Le nouveau prix est de 115 €. ⚠ On ne multiplie pas par 0,15, ce qui donnerait seulement la hausse, ni par 15, qui n'a aucun sens.

Pièges à éviter : Ratios et pourcentages

Lire un ratio 2 : 3 comme « 2 sur 3 ». C'est 2 parts CONTRE 3, donc 2 sur un total de 5.

Simplifier un ratio en soustrayant. 8 : 12 devient 2 : 3 en DIVISANT les deux par 4, jamais en retirant le même nombre.

Inverser l'ordre. Le ratio sirop : eau de 1 : 4 n'est pas le ratio eau : sirop.

Partager en divisant par le nombre de personnes. Avec le ratio 2 : 3 : 7, on divise par 12 — la somme des parts.

Rapporter une part à l'autre au lieu du tout. Dans 1 : 4, le premier vaut 20 % du mélange, pas 25 %.

Multiplier par 0,15 pour une hausse de 15 %. Le coefficient part de 1 : c'est 1,15.

Additionner deux évolutions. + 15 % puis - 15 % ne fait pas 0 % : il manque 2,25 %.

À retenir : Ratios et pourcentages

Un ratio compare des parts : a et b sont dans le ratio 2 : 3 lorsque $\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$.

Avec trois nombres : $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$. Un seul nombre connu suffit à tout trouver.

Partager selon un ratio : on divise par la SOMME des parts, puis on multiplie par chaque part.

Un ratio se simplifie comme une fraction, en divisant les deux termes par le même nombre.

Un pourcentage est une part sur cent : $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = \times 0,25$.

Hausse de $t\%$: $\times (1 + t \div 100)$. Baisse de $t\%$: $\times (1 - t \div 100)$. Le coefficient part toujours de 1.

Deux évolutions se MULTIPLIENT, elles ne s'additionnent pas.

Exercices corrigés : Ratios et pourcentages

1. Dans une classe, il y a 8 filles et 12 garçons. Quel est le ratio filles : garçons, simplifié ?

Correction :

8 et 12 se divisent tous deux par 4 : le ratio est 2 : 3. ⚠ Écrit dans l'autre sens, 3 : 2 désignerait le ratio garçons : filles.

2. x et y sont dans le ratio 3 : 5, et x = 12. Combien vaut y ?

Correction :

Le ratio signifie $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$. Or $\frac{12}{3} = 4$: une part vaut 4. Donc $y = 5 \times 4 = 20$.

3. a, b et c sont dans le ratio 2 : 3 : 7, et a = 8. Combien vaut c ?

Correction :

Les trois quotients sont égaux : $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$. Or $\frac{8}{2} = 4$, donc une part vaut 4 et $c = 7 \times 4 = 28$. On n'a pas eu besoin de b.

4. On partage 90 € selon le ratio 2 : 3. Combien reçoit le premier ?

Correction :

$2 + 3 = 5$ parts. Une part vaut $90 \div 5 = 18$ €. Le premier en reçoit 2, soit 36 €. Contrôle : $36 + 54 = 90$ €.

5. Dans un mortier, le ratio ciment : sable est 1 : 4. Quel pourcentage du mélange est du ciment ?

Correction :

Le total compte $1 + 4 = 5$ parts, et le ciment en occupe 1, soit $\frac{1}{5} = 20\%$. ⚠ Répondre 25 % revient à rapporter le ciment au SABLE ($\frac{1}{4}$) et non au mélange entier.

6. Combien font 25 % de 80 ?

Correction :

25 % c'est le quart : $80 \div 4 = 20$. On peut aussi multiplier par 0,25, ce qui donne le même résultat.

7. Une augmentation de 20 % correspond à multiplier par combien ?

Correction :

Par 1,20. On part de 1, qui représente le prix entier qu'on garde, et on ajoute 20 % écrit en décimal, soit 0,20. Attention : multiplier par 0,20 donnerait seulement le montant de la hausse, pas le nouveau prix.

8. Un prix de 100 € augmente de 15 %, puis baisse de 15 %. Revient-on à 100 € ?

Correction :

Non. La hausse donne $100 \times 1,15 = 115$ €. La baisse s'applique ensuite sur 115, et non sur 100 : $115 \times 0,85 = 97,75$ €. On perd 2,25 € au passage, parce que les deux pourcentages ne portent pas sur la même somme. Deux évolutions se multiplient, elles ne s'additionnent pas.