

# Se repérer sur une droite, dans le plan, sur la Terre

cours et exercices corrigés de maths 4e

Un point sur une droite demande un nombre. Un point sur une feuille en demande deux. Un point dans une pièce en demande trois. Se repérer, c'est toujours la même idée — donner assez de nombres pour qu'il n'y ait plus d'ambiguïté — et le nombre qu'il en faut dit à lui seul dans quel monde on travaille.

## LA RÈGLE D'OR

**L'ABSCISSE d'abord, toujours : (3 ; 5) n'est pas (5 ; 3)**

## COMBIEN DE NOMBRES

**Une droite : 1 · un plan : 2 · l'espace : 3 · la Terre : 2**

## LE PIÈGE

**Dans un repère l'axe des ordonnées MONTE — pas comme sur un écran**

## À quoi ça sert : Se repérer sur une droite, dans le plan, sur la Terre

Un téléphone qui affiche sa position donne deux nombres : latitude et longitude. Un avion en donne trois, parce qu'il peut quitter la surface — et c'est exactement pour cela que le contrôle aérien parle de niveaux de vol. La différence entre deux et trois coordonnées n'est donc pas une subtilité scolaire : c'est la différence entre un bateau et un avion. À La Réunion, la position de l'île — 21° de latitude sud, 55° de longitude est — explique bien plus qu'un point sur une carte : c'est sa latitude sud qui met l'hiver en juillet, et sa longitude est qui la place trois heures avant Paris en été. Les secours en mer, eux, travaillent au dixième de minute d'angle : à cette latitude, une minute vaut environ 1,8 km, et un dixième environ 180 mètres. Se tromper d'un chiffre après la virgule déplace la zone de recherche de la taille d'un stade.

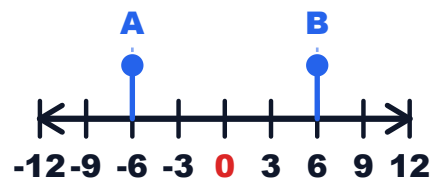
## Un peu d'histoire : Se repérer sur une droite, dans le plan, sur la Terre

L'idée de repérer un point par des nombres est étonnamment récente en mathématiques, alors qu'elle est très ancienne en géographie : Hipparque, au IIe siècle avant notre ère, propose déjà de situer les villes par latitude et longitude, et Ptolémée en dresse des tables. Mais il faut attendre 1637 et La Géométrie de Descartes pour que ce procédé entre dans les mathématiques elles-mêmes — d'où le nom de repère cartésien. Ce que Descartes apporte n'est pas le quadrillage : c'est l'idée qu'une COURBE peut s'écrire comme une équation entre deux coordonnées, et donc que la géométrie et le calcul sont deux langues pour dire la même chose. La longitude, elle, est restée un problème pratique pendant encore un siècle : la mesurer en mer supposait de connaître l'heure du port de départ, ce qu'aucune horloge ne tenait sur un bateau. Le Parlement britannique offrit une récompense considérable, remportée en 1765 par un horloger, John Harrison, et non par un astronome.

## Définition : Se repérer sur une droite, dans le plan, sur la Terre

Repérer un point, c'est lui associer des nombres qui le désignent sans ambiguïté. Sur une droite graduée, ce nombre unique s'appelle l'ABSCISSE.

Dans le plan, il en faut deux : l'abscisse, qu'on lit sur l'axe horizontal, et l'ORDONNÉE, qu'on lit sur l'axe vertical. ⚠ Le nombre de coordonnées nécessaires n'est pas celui du monde autour, mais celui du SUPPORT : la surface de la Terre est dans l'espace, et pourtant deux nombres y suffisent — on ne peut pas la quitter.



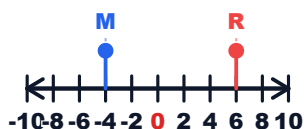
l'abscisse de A vaut  $-6$ , celle de B vaut  $6$

Une abscisse n'est pas une distance : elle porte un SIGNE. À gauche de l'origine elle est négative, à droite positive. La distance entre A et B, elle, vaut  $12$  — un nombre toujours positif, qu'on obtienne en faisant  $6 - (-6)$ .

## Propriétés : Se repérer sur une droite, dans le plan, sur la Terre

### Une abscisse a un signe, une distance n'en a pas

L'abscisse d'un point situé à gauche de l'origine est NÉGATIVE. C'est ce qui la distingue d'une distance, toujours positive. Pour trouver la distance entre deux points, on soustrait la plus petite abscisse à la plus grande. ⚠ Soustraire un nombre négatif revient à l'ajouter : c'est là que le calcul dérape.



$$\text{distance} = 6 - (-4) = 10$$

### Le signe dit le côté, le pas dit combien

Pour placer un point d'abscisse donnée, deux informations suffisent : le SIGNE indique de quel côté de l'origine, et le nombre divisé par le PAS indique combien de graduations. ⚠ Quand le pas ne vaut pas 1, compter le nombre lui-même au lieu de le diviser est l'erreur classique — sur une droite de pas 5, le point d'abscisse 15 est à 3 graduations, pas à 15.

| Données | abscisse |    |
|---------|----------|----|
|         | 15       |    |
|         | -8       |    |
|         | 0        | n' |

on divise toujours par le pas

### Une fraction se place aussi

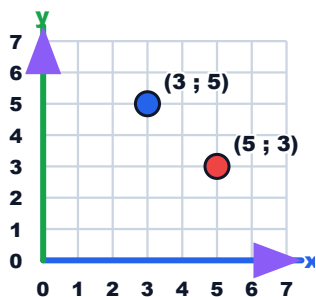
Quand chaque unité est découpée en parts égales, le DÉNOMINATEUR est le nombre de parts par unité, et le NUMÉRATEUR le nombre de parts comptées depuis l'origine. ⚠ Retourner la fraction est le piège le plus fréquent : le dénominateur compte les parts d'UNE UNITÉ, jamais les parts comptées.



$\frac{7}{4}$  est entre 1 et 2 :  $7 \div 4 = 1$  reste 3

## L'abscisse d'abord, toujours

Les coordonnées s'écrivent (abscisse ; ordonnée). On descend du point jusqu'à l'axe horizontal pour lire la première, on va jusqu'à l'axe vertical pour lire la seconde. ⚠️ (3 ; 5) et (5 ; 3) ne désignent PAS le même point — l'ordre n'est pas une convention d'écriture, il change le point.



**deux points différents, symétriques par rapport à la diagonale**

## Dans un repère, l'axe des ordonnées MONTE

Aller vers le haut AJOUTE à l'ordonnée ; aller vers le bas en RETIRE. Un déplacement vertical ne touche pas l'abscisse. ⚠️ ⚠️ C'est l'INVERSE sur un écran d'ordinateur, où l'origine est en haut à gauche et où descendre augmente la coordonnée. Un repère de mathématiques n'est pas un écran.

| Données | on va vers     | l'ordre |
|---------|----------------|---------|
|         | le haut        | AUGM    |
|         | le bas         | DIM     |
|         | (sur un écran) | l'inv   |

un repère n'est pas un écran

## Dans l'espace, il en faut trois

Un sommet de pavé se désigne par (abscisse ; profondeur ; altitude) — la même règle que dans le plan, avec un nombre de plus. ★ Compter les zéros dit tout de suite où l'on est : un sommet posé sur un axe a DEUX coordonnées nulles, un sommet sur une face en a UNE, et l'origine les a toutes les trois.

| Données | combien de zéros | o       |
|---------|------------------|---------|
|         | 3                | l'c     |
|         | 2                | s       |
|         | 1                | si      |
|         | 0                | sc<br>o |

les zéros disent la position

## Sur la Terre : latitude et longitude

La LATITUDE mesure l'écart à l'équateur, vers le nord ou vers le sud ; la LONGITUDE mesure l'écart au méridien de Greenwich, vers l'est ou vers l'ouest. ★ Un moyen sûr de ne pas les confondre : la latitude ne dépasse jamais 90°, puisque le pôle est le maximum. La longitude, elle, monte jusqu'à 180°.

| Données | ville       | latitu |
|---------|-------------|--------|
|         | Saint-Denis | 20° S  |
|         | Paris       | 48° N  |
|         | Quito       | 0°     |

la latitude donne l'hémisphère

## La formule : Se repérer sur une droite, dans le plan, sur la Terre

### POUR DÉSIGNER UN POINT SANS AMBIGUÏTÉ

**droite :**  $(x)$  • **plan :**  
 $(x; y)$  • **espace :**  
 $(x; y; z)$

Le nombre de coordonnées est la **DIMENSION** du support. Il ne dépend pas de l'objet ni du monde autour : la surface de la Terre demande deux nombres bien qu'elle soit dans l'espace, parce qu'on ne peut pas la quitter.

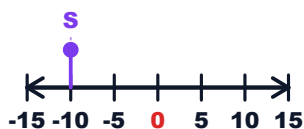
| Données | support                | combien |
|---------|------------------------|---------|
|         | une droite graduée     | 1       |
|         | une feuille            | 2       |
|         | la surface de la Terre | 2       |
|         | une pièce, le ciel     | 3       |

la Terre : 2, malgré l'espace

## Méthode : Se repérer sur une droite, dans le plan, sur la Terre

### 1. Lire une abscisse

On repère l'origine, on regarde de quel côté se trouve le point — cela donne le signe — puis on compte les graduations et on multiplie par le pas.



### 2. Encadrer une fraction entre deux entiers

On fait la division euclidienne du numérateur par le dénominateur. Le QUOTIENT donne l'entier de gauche, et le RESTE dit combien de parts après lui. ★ C'est l'endroit du programme où la division euclidienne devient visible.

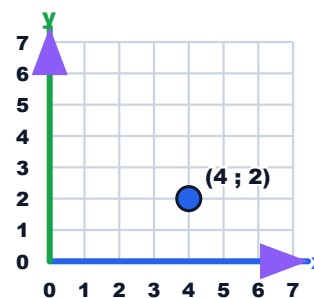
### 3. Lire des coordonnées dans le plan

On projette le point sur l'axe horizontal pour l'abscisse, puis sur l'axe vertical pour l'ordonnée. On écrit dans cet ordre, séparés par un point-virgule. ⚠ Avant d'écrire, on vérifie le sens des axes : dans un repère, la droite et le haut sont positifs.

2 graduations à gauche, pas de 5 : abscisse –10

| Données | fraction | div |
|---------|----------|-----|
|         | $7/4$    | 7   |
|         | $17/5$   | 17  |

le quotient donne l'entier de gauche



4 vers la droite, 2 vers le haut

#### 4. Trouver un symétrique

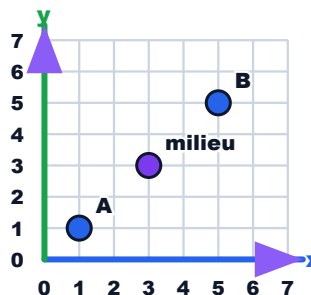
Une symétrie par rapport à un axe garde la coordonnée le long de cet axe et change l'autre de signe. La symétrie par rapport à l'ORIGINE est un demi-tour : c'est la seule des trois qui change les DEUX coordonnées.

| Données | symétrie par rapport à | d |
|---------|------------------------|---|
|         | l'axe des abscisses    | ( |
|         | l'axe des ordonnées    | ( |
|         | l'origine              | ( |

l'origine change les deux

#### 5. Calculer un milieu

On fait la moyenne des abscisses, puis la moyenne des ordonnées — séparément. ⚠ Faire une moyenne des quatre nombres d'un coup n'a aucun sens : abscisses avec abscisses, ordonnées avec ordonnées.



$$(1 + 5) \div 2 = 3 \text{ et } (1 + 5) \div 2 = 3$$

### Selon ce que l'on cherche : Se repérer sur une droite, dans le plan, sur la Terre

On me donne un point sur une droite

On me demande une distance

On me donne un point dans un repère

Je compte les graduations depuis l'origine, je multiplie par le pas, et je mets le signe selon le côté.

Je soustrais la plus petite abscisse à la plus grande. Le résultat est toujours positif.

Je lis l'abscisse d'abord, l'ordonnée ensuite. Et je vérifie que l'axe vertical monte.

## On me parle d'un lieu sur Terre

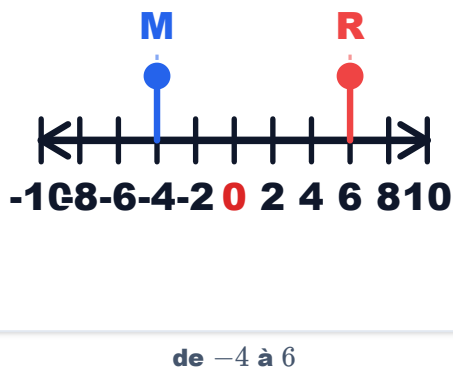
Latitude puis longitude. La latitude ne dépasse jamais  $90^\circ$  et donne l'hémisphère.

## Exemples corrigés : Se repérer sur une droite, dans le plan, sur la Terre

### Deux points, une distance

Sur une droite graduée, le point M a pour abscisse  $-4$  et le point R pour abscisse  $6$ .

Quelle est la distance entre M et R ?

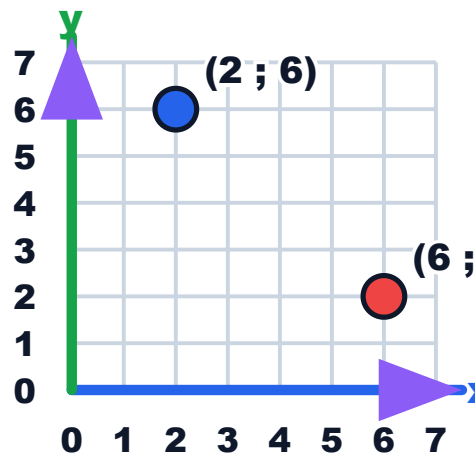


On soustrait la plus petite abscisse à la plus grande :  $6 - (-4)$ . Soustraire  $-4$  revient à AJOUTER  $4$  :  $6 + 4 = 10$ . La distance vaut  $10$ . ⚠ Deux erreurs guettent ici. La première est de faire  $6 - 4 = 2$  en oubliant le signe. La seconde est d'écrire  $-4 - 6 = -10$  : le calcul est juste, mais ce n'est pas une distance — une distance ne peut pas être négative. ★ Le contrôle est immédiat : on compte les graduations sur le dessin. De  $-4$  à  $0$ , il y a  $4$  ; de  $0$  à  $6$ , il y a  $6$ . Total :  $10$ .

### L'ordre change le point

On considère les points de coordonnées  $(2 ; 6)$  et  $(6 ; 2)$ .

Sont-ils au même endroit ?



deux points, pas un

Non. Le premier est à  $2$  vers la droite et  $6$  vers le haut ; le second est à  $6$  vers la droite et  $2$  vers le haut. Ce sont deux points différents, symétriques par rapport à la diagonale du repère. ★ Ils ne se confondraient que si les deux coordonnées étaient ÉGALES — c'est-à-dire si le point était sur cette diagonale.  $(4 ; 4)$  est le seul cas où l'échange ne change rien. ⚠ C'est pour cela qu'on écrit toujours

l'abscisse en premier : sans cette règle, une coordonnée ne désignerait rien.

## Combien de nombres pour un avion ?

Un bateau et un avion signalent leur position.

Combien de nombres faut-il à chacun ?

| Données |           | combien |
|---------|-----------|---------|
|         | un bateau | 2       |
|         | un avion  | 3       |

Le bateau ne peut pas quitter la surface de la mer : deux nombres suffisent, la latitude et la longitude. L'avion, lui, peut monter : il faut un troisième nombre, l'altitude. ★ La leçon est générale et vaut bien au-delà de cet exemple : le nombre de coordonnées est la DIMENSION DU SUPPORT, pas celle du monde autour. La surface de la Terre est bien dans l'espace, et pourtant deux nombres y suffisent — parce qu'on ne peut pas s'en écarter. C'est la même différence qu'entre une feuille et une salle de classe.

## Pièges à éviter : Se repérer sur une droite, dans le plan, sur la Terre

Confondre une abscisse et une distance. L'abscisse porte un signe, la distance non.

Oublier de diviser par le pas. Sur une droite de pas 5, l'abscisse 15 est à 3 graduations.

Retourner une fraction. Le dénominateur compte les parts d'une unité, pas les parts comptées.

Écrire l'ordonnée en premier. (3 ; 5) n'est pas (5 ; 3).

Croire que monter diminue l'ordonnée. C'est vrai sur un écran d'ordinateur, jamais dans un repère.

Oublier une coordonnée dans l'espace. Un point d'un pavé en demande trois, pas deux.

Confondre latitude et longitude. La latitude ne dépasse jamais  $90^\circ$  et donne l'hémisphère.

Faire la moyenne des quatre nombres pour un milieu. Abscisses avec abscisses, ordonnées avec ordonnées.

## À retenir : Se repérer sur une droite, dans le plan, sur la Terre

Repérer un point, c'est lui associer assez de nombres pour qu'il n'y ait plus d'ambiguïté.

Sur une droite : une abscisse, qui porte un SIGNE. Une distance, elle, est toujours positive.

Dans le plan : (abscisse ; ordonnée), et l'ABSCISSE D'ABORD, toujours.

Dans un repère, l'axe des ordonnées MONTE — l'inverse d'un écran d'ordinateur.

Dans l'espace : trois coordonnées. Compter les zéros dit où se trouve le point.

Sur la Terre : latitude et longitude. La latitude ne dépasse jamais  $90^\circ$  et donne l'hémisphère.

Le nombre de coordonnées est la dimension du SUPPORT, pas celle du monde autour.

Milieu d'un segment : moyenne des abscisses, puis moyenne des ordonnées, séparément.

## Exercices corrigés : Se repérer sur une droite, dans le plan, sur la Terre

1. Sur une droite graduée de pas 5, un point est à 3 graduations à gauche de l'origine. Quelle est son abscisse ?

Correction :

−15. Trois graduations de 5, à gauche donc négatif.

2. Deux points ont pour abscisses −7 et 5. Quelle est la distance entre eux ?

Correction :

$5 - (-7) = 5 + 7 = 12$ . Soustraire un négatif revient à l'ajouter.

3. Sur une droite de pas 2, où placer le point d'abscisse −8 ?

Correction :

À 4 graduations à gauche de l'origine, car  $8 \div 2 = 4$ .

4. Entre les abscisses −3 et −9, laquelle correspond au point le plus à droite ?

Correction :

−3, car  $-3 > -9$ . ⚠ Le piège : −9 est plus LOIN de zéro, mais il est plus PETIT.

5. Chaque unité est découpée en 5 parts. Un point est à 8 parts à droite de l'origine. Quelle est son abscisse ?

Correction :

$\frac{8}{5}$ . Le dénominateur est le nombre de parts par unité.

6. Entre quels deux entiers se place  $\frac{17}{5}$  ?

Correction :

$17 = 5 \times 3 + 2$ , donc entre 3 et 4, à 2 parts après 3.

7. Un point est à 5 vers la droite et 2 vers le haut. Quelles sont ses coordonnées ?

Correction :

(5; 2). L'abscisse d'abord.

8. Le point (4 ; 3) est déplacé de 2 carreaux vers le haut. Quelles sont ses nouvelles coordonnées ?

Correction :

(4; 5). Monter AJOUTE à l'ordonnée, et l'abscisse ne change pas. ⚠ (4 ; 1) serait la réponse sur un écran d'ordinateur, pas dans un repère.

9. Un pavé droit a un sommet à l'origine et mesure 4, 3 et 2. Quelles sont les coordonnées du sommet opposé ?

Correction :

(4; 3; 2) — aucune coordonnée nulle, c'est le sommet le plus éloigné.

10. Une ville est à 48° NORD et 2° EST. Dans quel hémisphère se trouve-t-elle ?

Correction :

L'hémisphère nord, indiqué par la LATITUDE. La longitude ne dit rien du nord ou du sud.

11. Quel est le symétrique du point (3 ; 5) par rapport à l'origine ?

Correction :

$(-3; -5)$ . La symétrie par rapport à l'origine change les deux coordonnées.

**12. Quel est le milieu du segment joignant  $(2 ; 4)$  et  $(8 ; 10)$  ?**

**Correction :**

$(2 + 8) \div 2 = 5$  et  $(4 + 10) \div 2 = 7$ , donc le milieu est  $(5; 7)$ .