

Les statistiques — cours de maths 4e

Une série de nombres ne se lit pas d'un coup d'œil. Les statistiques la résument en quelques indicateurs : combien de fois, quelle part, quelle valeur moyenne, quelle valeur du milieu, et quel écart entre les extrêmes. Chacun répond à une question différente.

LES DEUX COMPTAGES

L'effectif compte, la fréquence compare

LES DEUX « MILIEUX »

La moyenne égalise, la médiane partage

L'ÉCART

L'étendue, du minimum au maximum

À quoi ça sert : les statistiques

À La Réunion, les statistiques décident de choses très concrètes : la pluviométrie de Cilaos qui dit combien dimensionner une ravine, la fréquentation d'une ligne de car qui décide du nombre de départs, les températures de l'année qui servent à orienter une case. Et un chiffre seul ne suffit jamais : une moyenne de 30 mm de pluie par jour ne dit pas s'il est tombé un peu chaque jour ou tout en une nuit de cyclone. C'est exactement à cela que sert l'étendue.

Un peu d'histoire : les statistiques

Le mot « statistique » vient de l'italien « statista », l'homme d'État : à l'origine, ce sont les chiffres que les États collectent sur eux-mêmes. Le premier grand relevé moderne est le Domesday Book, commandé par Guillaume le Conquérant en 1086 pour recenser toutes les terres d'Angleterre. La médiane, elle, est bien plus récente : c'est Francis Galton qui la popularise à la fin du XIXe siècle, justement parce que la moyenne se laisse trop facilement tirer par une valeur extrême.

Définition : les statistiques

Une série statistique est une liste de valeurs relevées sur un groupe. On la range dans un tableau qui associe à chaque valeur son effectif, c'est-à-dire le nombre de fois où elle apparaît. Ce tableau est le point de départ de tous les calculs : on n'additionne jamais des données brutes en vrac.

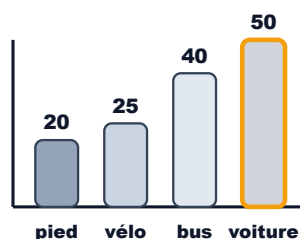
Données	moyen de transport	effectif
	à pied	20
	vélo	25
	bus	40
	voiture	50

135 élèves interrogés en tout

Propriétés : les statistiques

Lire un graphique

Le graphique dit la même chose que le tableau, mais il montre les écarts d'un coup d'œil. On lit la hauteur d'une barre sur l'axe vertical.



la barre la plus haute : 50 élèves

Effectif et fréquence

L'effectif compte : 10 élèves viennent à vélo. La fréquence compare cet effectif au total : 10 sur 25, soit 0,4 — c'est-à-dire 40 %.



La moyenne égalise

La moyenne, c'est ce que chacun aurait si l'on mettait tout en commun puis qu'on partageait à parts égales. On additionne, puis on divise par l'effectif.

$$36 \div 4$$

quotient : 9 reste : 0

Vérification :
dividende =
diviseur ×
quotient +
reste

la somme ÷ l'effectif

Médiane et étendue

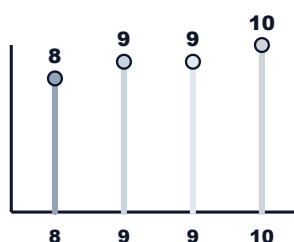
Sur la série rangée 4 ; 7 ; 10 ; 15, la médiane 8,5 partage en deux moitiés, et l'étendue 11 mesure l'écart du minimum au maximum.



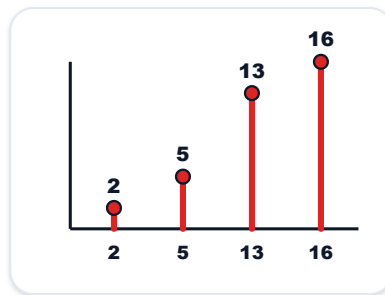
$$\text{étendue} = 15 - 4 = 11$$

Même moyenne, séries différentes

Ces deux séries ont exactement la même moyenne, 9. Pourtant l'une est regroupée et l'autre très dispersée : seule l'étendue fait la différence.



moyenne 9 • étendue 2



moyenne 9 • étendue 14

La formule : les statistiques

POUR UNE SÉRIE DE N VALEURS

moyenne = somme des valeurs ÷ effectif total

Quand les valeurs se répètent, on multiplie chaque valeur par son effectif avant d'additionner : c'est la moyenne pondérée.

Données	note	effectif	produit
	8	3	24
	12	5	60
	16	2	32
	total	10	116

$$116 \div 10 = 11,6$$

Méthode : les statistiques

1. Ranger

Avant toute chose, on range la série de la plus petite valeur à la plus grande. C'est inutile pour la moyenne, mais indispensable pour la médiane et pour l'étendue — et c'est l'oubli le plus fréquent.

2. Calculer

On dresse le tableau valeur / effectif, on ajoute la colonne des produits, puis on divise par le total des effectifs. Une fréquence se calcule de la même façon : l'effectif d'une valeur divisé par le total.

Données	note	effectif
	8	3
	12	5
	16	2
	total	10

$$116 \div 10 = 11,6$$

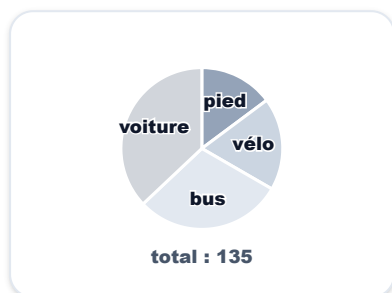
3. Interpréter

Un indicateur seul ne conclut rien. On donne toujours au moins deux chiffres : un qui situe le centre — moyenne ou médiane — et un qui dit la dispersion, l'étendue. Puis on répond à la question posée, avec l'unité.

Selon ce que l'on cherche : les statistiques

Lire un tableau ou un graphique

On repère la valeur cherchée dans la première colonne, ou la barre correspondante, puis on lit son effectif. Le total se lit à part, il n'est pas une valeur de plus.



le même relevé, en parts du total

Résumer la série

Trois indicateurs pour trois questions : quelle valeur si l'on partageait tout également, quelle valeur au milieu, et quel écart entre les extrêmes.

Comparer deux séries

On compare d'abord les centres, puis les dispersions. Deux séries de même moyenne peuvent être très différentes : c'est l'étendue qui tranche.

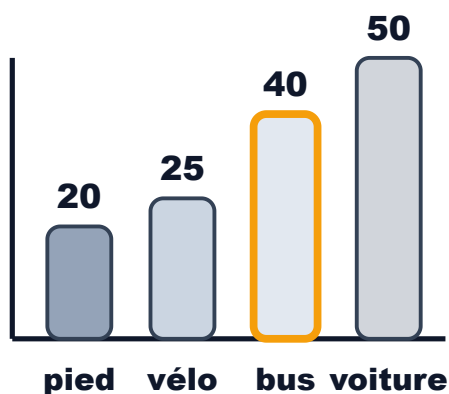
Exemples corrigés : les statistiques

Lire le tableau

La moyenne pondérée

On a demandé à 135 élèves comment ils viennent au collège. 20 viennent à pied, 25 à vélo, 40 en bus et 50 en voiture.

Quel est l'effectif de « bus », et quelle est sa fréquence ?



L'effectif de « bus » se lit directement : 40 élèves.
 Pour la fréquence, on compare cet effectif au total :
 $40 \div 135 \approx 0,30$, soit environ 30 %. Contrôle : les quatre fréquences doivent faire 1 en tout, soit 100 %.

Dans une classe, 3 élèves ont eu 8, 5 élèves ont eu 12 et 2 élèves ont eu 16.

Quelle est la moyenne de la classe ?

Données	note	effectif	produit
	8	3	24
	12	5	60
	16	2	32
	total	10	116

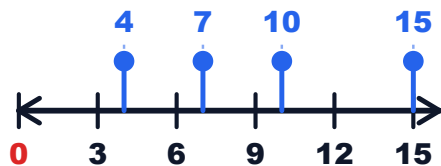
$$116 \div 10 = 11,6$$

On multiplie chaque note par son effectif : $8 \times 3 = 24$, $12 \times 5 = 60$, $16 \times 2 = 32$. La somme vaut $24 + 60 + 32 = 116$, et l'effectif total $3 + 5 + 2 = 10$. La moyenne est donc $116 \div 10 = 11,6$. ⚠ On divise par 10, l'effectif total, et non par 3, le nombre de notes différentes.

Médiane, étendue, et ce qu'elles disent

Une série de quatre relevés : 4 ; 7 ; 10 ; 15.

Quelles sont sa médiane et son étendue ?



La série est déjà rangée. Elle compte quatre valeurs, un nombre pair : la médiane est la moyenne des deux valeurs du milieu, soit $(7 + 10) \div 2 = 8,5$.
 L'étendue est l'écart entre les extrêmes : $15 - 4 = 11$.
 La moyenne, elle, vaut $36 \div 4 = 9$ — proche de la médiane, ce qui indique une série sans valeur aberrante.

Pièges à éviter : les statistiques

Diviser par le nombre de lignes du tableau au lieu du total des effectifs : dans une moyenne pondérée, le diviseur est l'effectif total.

Oublier de ranger la série avant de chercher la médiane : la médiane se lit sur la série RANGÉE, jamais dans l'ordre où les valeurs sont données.

Croire que deux séries de même moyenne se ressemblent : la moyenne ne dit rien de la dispersion, c'est l'étendue qui la mesure.

À retenir : les statistiques

L'effectif compte combien de fois une valeur apparaît ; la fréquence compare cet effectif au total.

La moyenne est la somme des valeurs divisée par l'effectif total ; la médiane partage la série rangée en deux moitiés.

L'étendue est l'écart entre la plus grande et la plus petite valeur : c'est le seul des trois indicateurs qui parle de dispersion.

Exercices corrigés : les statistiques

1. Dans une série, la valeur 12 apparaît 7 fois sur 40 relevés. Quel est son effectif, et quelle est sa fréquence ?

Correction :

L'effectif est 7 : c'est le nombre de fois où la valeur apparaît. La fréquence compare cet effectif au total : $7 \div 40 = 0,175$, soit 17,5 %.

2. Une série contient 5 ; 10 ; 15. Un élève calcule la moyenne et répond 30. Où est son erreur ?

Correction :

Il a additionné sans diviser. La somme vaut bien $5 + 10 + 15 = 30$, mais la moyenne est cette somme divisée par l'effectif : $30 \div 3 = 10$. Contrôle : une moyenne est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande valeur, donc entre 5 et 15 — 30 était impossible.

3. Quelle est la médiane de la série 4 ; 8 ; 10 ; 14, et quelle est son étendue ?

Correction :

La série est rangée et compte quatre valeurs : la médiane est la moyenne des deux du milieu, soit $(8 + 10) \div 2 = 9$. L'étendue vaut $14 - 4 = 10$.

4. Deux classes ont la même moyenne de 9 au dernier contrôle. Peut-on en conclure qu'elles ont eu des résultats semblables ?

Correction :

Non. La moyenne ne dit rien de la dispersion. Une classe peut avoir des notes toutes proches de 9, et l'autre des notes allant de 2 à 16 : même moyenne, étendues de 2 et de 14. Pour comparer deux séries, il faut au moins deux indicateurs — un centre et une dispersion.