

La symétrie centrale

Un demi-tour autour d'un point : la symétrie centrale retourne une figure comme si on la faisait pivoter de 180° autour d'un centre.

MOTS CLÉS

Centre, demi-tour, image, milieu, 180°

LE SECRET

Le centre O est le milieu de $[AA']$

OUTIL

La règle et le compas (report des distances)

À quoi ça sert ?

La symétrie centrale se voit partout : les cartes à jouer (le roi est identique tête-bêche), les rosaces et les logos, les motifs de carrelage, la lettre S ou le chiffre 8, les pales d'une éolienne.

Un peu d'histoire

La symétrie centrale est un cas particulier de rotation (180°). L'étude des transformations qui « conservent » les figures a donné naissance, au XIX^e siècle, à une branche entière des maths : la théorie des groupes.

Définition : la symétrie centrale

La symétrie centrale de centre O est un demi-tour (une rotation de 180°) autour du point O . L'image A' d'un point A est telle que O est le milieu du segment $[AA']$: les points A , O et A' sont alignés, et $OA = OA'$.

Symétrie centrale

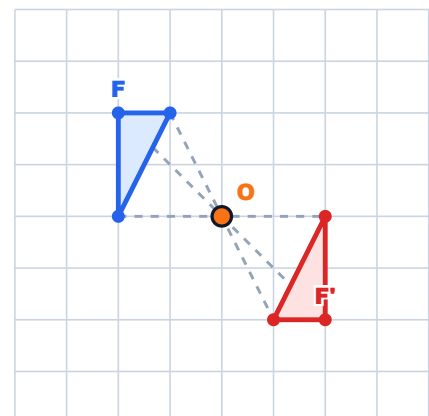


figure bleue : départ — figure rouge : image

La figure F et son image F' par la symétrie centrale de centre O (demi-tour autour de O).

Propriétés : la symétrie centrale

Le centre

O est le milieu de $[AA']$: A, O et A' sont alignés et $OA = OA'$.

Symétrie centrale

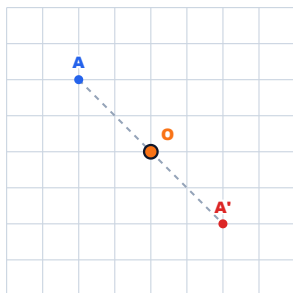


figure bleue : départ — figure rouge : image

Conserve tout

Les longueurs, les angles et les aires sont conservés (figure identique, retournée).

Symétrie centrale

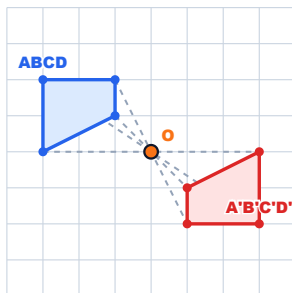


figure bleue : départ — figure rouge : image

Droites parallèles

L'image d'une droite est une droite parallèle à la première.

Symétrie centrale

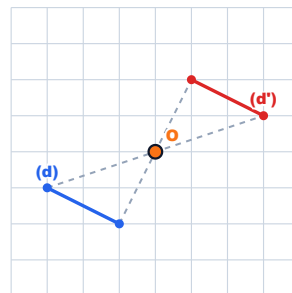


figure bleue : départ — figure rouge : image

≠ symétrie axiale

Pas de miroir ni d'axe : un centre et un demi-tour (la figure est retournée, pas réfléchie).

Symétrie axiale

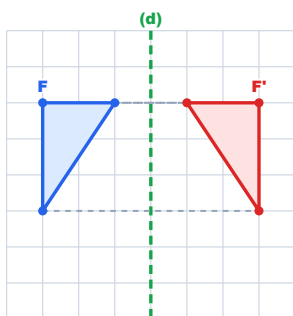


figure bleue : départ — figure rouge : image

axiale : un miroir

Symétrie centrale

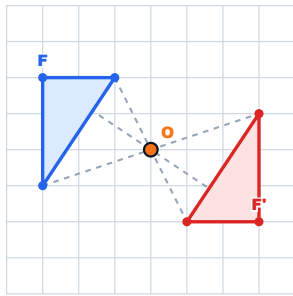


figure bleue : départ — figure rouge : image

centrale : un demi-tour

Méthode : la symétrie centrale

1. Je relie au centre

Je trace la demi-droite qui part du point A et passe par le centre O.

Symétrie centrale

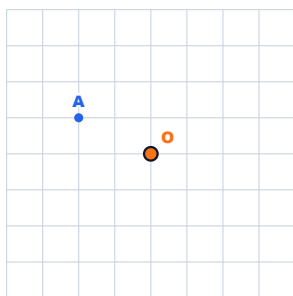


figure bleue : départ — figure rouge : image

2. Je reporte la distance

De l'autre côté de O, je place A' tel que $OA' = OA$ (au compas).

Symétrie centrale

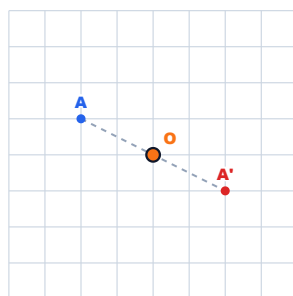


figure bleue : départ — figure rouge : image

3. Je recommence

Pour chaque sommet de la figure, puis je relie les images.

Symétrie centrale

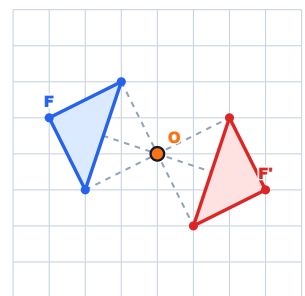


figure bleue : départ — figure rouge : image

Selon ce que l'on cherche

Image d'un point

A' est le symétrique de A : O est le milieu de $[AA']$.

Symétrie centrale

Image d'une figure

On construit l'image de chaque sommet, puis on relie.

Symétrie centrale

Reconnaître

On vérifie que O est le milieu entre chaque point et son image.

Symétrie centrale

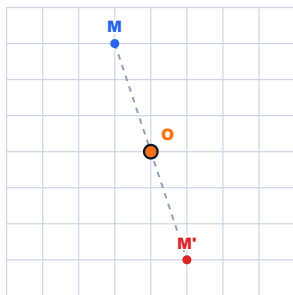


figure bleue : départ — figure rouge : image

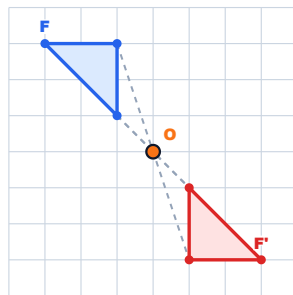


figure bleue : départ — figure rouge : image

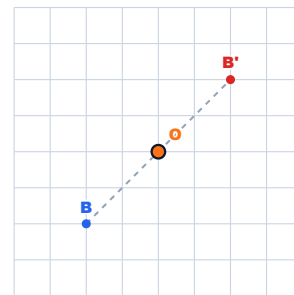


figure bleue : départ — figure rouge : image

Exemples corrigés

Image d'un point

Un point A et un centre O.

Où se trouve l'image A' de A ?

Symétrie centrale

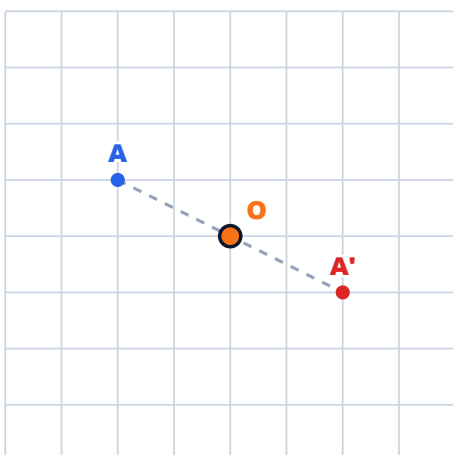


figure bleue : départ — figure rouge : image

On aligne A, O, A' et on reporte la distance : $OA' = OA$, de l'autre côté de O. O est le milieu de [AA'].

Image d'une figure

Le triangle F et le centre O.

Comment obtient-on F' ?

Symétrie centrale

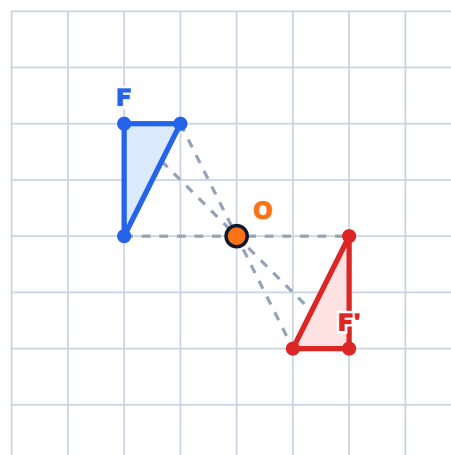


figure bleue : départ — figure rouge : image

On construit l'image de chaque sommet (demi-tour autour de O), puis on relie : on obtient F', identique à F mais retourné.

Une propriété

Un segment de 5 cm et son image.

Combien mesure l'image ?

Symétrie centrale

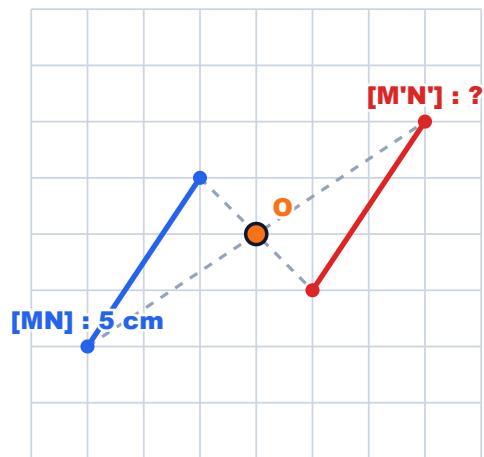


figure bleue : départ — figure rouge : image

La symétrie centrale conserve les longueurs : l'image mesure aussi 5 cm.

Pièges à éviter

Confondre avec la symétrie axiale : ici il n'y a pas d'axe (miroir), mais un CENTRE (demi-tour).

Placer l'image du même côté que le point : l'image est de l'AUTRE côté du centre.

Oublier que O est le MILIEU de $[AA']$: les distances OA et OA' sont égales.

À retenir

Symétrie centrale = demi-tour (180°) autour d'un point, le centre O.

O est le milieu de $[AA']$: A, O, A' sont alignés et $OA = OA'$.

Elle conserve les longueurs, les angles et les aires (l'image est identique, retournée).

Exercices corrigés : la symétrie centrale

1. Une symétrie centrale, c'est un demi-tour autour de quoi ?

Correction :

Autour d'un point appelé le centre (une rotation de 180°).

2. A' est l'image de A par la symétrie de centre O . Que peut-on dire de O ?

Correction :

O est le milieu de $[AA']$: A , O , A' sont alignés et $OA = OA'$.

3. L'image d'un angle de 40° par une symétrie centrale mesure combien ?

Correction :

40° : la symétrie centrale conserve les angles.

4. Quelle est la différence avec la symétrie axiale ?

Correction :

L'axiale utilise un axe (miroir) ; la centrale utilise un centre (demi-tour). La figure est retournée, pas réfléchie.